

**PEMBATASAN DINAMIKA MEROKOK DENGAN
MENGUNAKAN PENDEKATAN MODEL MATEMATIKA**



Skripsi

**Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Meraih Gelar Sarjana
Matematika Jurusan Matematika pada Fakultas Sains Dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar**

Oleh:

**ASWAN
60600111011**

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN ALAUDDIN MAKASSAR
2018**

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan penuh kesadaran, penyusun yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi ini benar adalah hasil karya penyusun sendiri. Jika di kemudian hari terbukti bahwa ia merupakan duplikat, tiruan, plagiat, atau dibuat oleh orang lain, sebagian atau seluruhnya, maka skripsi dan gelar yang diperoleh karenanya batal demi hukum.

Makassar, Juli 2018

Penyusun,



Aswan

NIM : 60600111011

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

PENGESAHAN SKRIPSI

Skripsi yang berjudul "Pembatasan Dinamika Merokok dengan Menggunakan Pendekatan Model Matematika", yang disusun oleh Saudara **Aswan**, NIM: **60600111011** Mahasiswa Jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar, telah diuji dan dipertahankan dalam sidang *munaqasyah* yang diselenggarakan pada hari Kamis tanggal **12 Juli 2018 M**, bertepatan dengan **28 Syawal 1439 H**, dinyatakan telah dapat diterima sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat.).

Makassar, 12 Juli 2018 M
28 Syawal 1439 H

DEWAN PENGUJI

Ketua	: Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag.	(.....)
Sekretaris	: Risnawati Iknas, S.Si., M.Si.	(.....)
Munaqisy I	: Wahidah Alwi, S.Si., M.Si.	(.....)
Munaqisy II	: Muhammad Ridwan, S.Si., M.Si.	(.....)
Munaqisy III	: Dr. Rahmi Damis, M. Ag.	(.....)
Pembimbing I	: Irwan, S.Si., M.Si.	(.....)
Pembimbing II	: Muh. Irwan, S.Si., M.Si.	(.....)

Diketahui oleh:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Alauddin Makassar



Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag
Nip. 19691205 199303 1 001

Motto Dan Persembahan

Motto

“Janganlah kamu bersikap lemah, dan janganlah (pula) kamu bersedih hati, padahal kamulah orang-orang yang paling tinggi (derajatnya), jika kamu orang-orang yang beriman” (QS. Ali Imran :139)

“Di setiap Takdir ada Kebahagiaan dan Keselamatan”

Supersembahkan Tugas Akhir ini Kepada:

Allah Subhanahuwata'ala Rabb yang tak ada sekutu bagiNya dan seluruh pujian hanya UntukNya, yang cintaNya kepada hambaNya melebihi cinta seorang ibu kepada anaknya
Pemilik dua senyum terindah saat kembali ke rumah, kedua orang tua tercinta, yang setiap untaian doanya mengharap kebaikan dan penuh cinta untuk anaknya

Empat orang kakak yang selalu menjadi tempat berbagi, teman berdiri serta berlari
mengejar mimpi

Semua yang telah mengajarkan ilmu dan kebaikan serta mengingatkan akan hakikat hidup

Semua yang telah memberikan bantuan, semangat dan juga doa yang memudahkan jalan

LiMiT

KATA PENGANTAR



Alhamdulillah alahirabbil'alamin. Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah Swt, Tuhan semesta alam atas segala nikmat iman dan nikmat kesehatan serta Rahmat-Nyalah sehingga skripsi yang berjudul **“Pembatasan Dinamika Merokok Dengan Menggunakan Pendekatan Model Matematika”** dapat diselesaikan. Salam dan shalawat tercurahkan kepada Rasulullah Muhammad SAW, beserta para keluarga, sahabat dan para pengikutnya yang senantiasa istiqamah dijalan-Nya.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat) pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar. Untuk itu, penulis menyusun skripsi ini dengan mengerahkan semua ilmu yang telah diperoleh selama proses perkuliahan. Tidak sedikit hambatan dan tantangan yang penulis hadapi dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Namun, berkat bantuan dari berbagai pihak terutama do'a dan dukungan yang tiada hentinya dari kedua orang tua tercinta ayahanda **Muhajar** dan Ibunda **Halima**, serta kakak tercinta **Risma,S.Pd.**, **Annarti, Yulianti,S.Pd.** dan **Andar, S.Kom.** yang selalu setia memberikan doa, bantuan serta semangat selama proses penelitian dan penyusunan skripsi.

Ucapan terima kasih yang tulus serta penghargaan yang sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada **Bapak Irwan, S.Si., M.Si.**, Pembimbing I dan

Pembimbing Akademik, serta **Bapak Muh. Irwan, S.Si., M.Si**, Pembimbing II, atas waktu yang selalu diluangkan untuk memberikan bimbingan dan sumbangsih pemikirannya dalam proses penyusunan skripsi ini. Penulis juga mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. H. Musafir Pababbari, M.Si., Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.
2. Bapak Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag., Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, para wakil dekan, dosen pengajar beserta seluruh staf/pegawai atas bantuannya selama penulis mengikuti pendidikan di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar.
3. Bapak Irwan S.Si,M.Si., Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar beserta seluruh dosen pengajar dan staf jurusan, atas segala bantuannya kepada penulis.
4. Tim Penguji Ibu Wahidah Alwi, S.Si., M.Si., Penguji I, Bapak Muhammad Ridwan, S.Si., M.Si., Penguji II dan Ibu Dr. Rahmi Damis, M.Ag., Penguji III atas bimbingan dan sarannya dalam penulisan skripsi ini.
5. Keluarga besar LIMIT matematika angkatan 2011 yang telah memberikan motivasi dan bantuannya dalam penulisan skripsi ini.
6. Keluarga besar Himpunan Mahasiswa Jurusan matematika, senior dan juga junior yang telah memberikan motivasi dan bantuannya dalam penulisan skripsi ini.

7. Kepada teman dan pihak-pihak yang tidak disebutkan satu persatu, yang telah memberikan bantuan baik moril maupun materil hingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun untuk kesempurnaan skripsi ini sangat diharapkan. Akhir kata, penulis berharap semoga Allah swt. membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi kita semua dan terutama pengembangan ilmu pengetahuan. Aamiin.



Makassar, Juli 2018

Penulis,

Aswan
NIM. 60600111011

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI.....	ii
PENGESAHAN SKRIPSI	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR SIMBOL	xii
ABSTRAK	xiii

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	6
C. Tujuan Penelitian	6
D. Manfaat Penelitian	6
E. Batasan Masalah.....	7
F. Sistematika penulisan	7

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

A. Model Matematika	9
B. Persamaan Diferensial.....	15
C. Titik Keseimbangan	20
D. Pelinieran.....	23
E. Stabilitas.....	24
F. Metode Runge Kutta	26
G. Metode Numerik	30
H. Dinamika Merokok	31

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

A. Jenis Penelitian.....	44
B. Waktu Penelitian	44
C. Variabel Penelitian dan Devinisi Operasional Variabel.....	44
D. Prosedur Penelitian.....	45

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian	46
B. Pembahasan.....	63

BAB V PENUTUP

A. Kesimpulan	67
B. Saran	68

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 4.1 Data jumlah populasi	54
Tabel 4.2 Parameter pada model dinamika merokok	54
Tabel 4.3 Laju perubahan populasi Dinamika Merokok dimana tidak ada interaksi antara P dan S	56
Tabel 4.4 Laju perubahan populasi Dinamika Merokok dimana ada interaksi antara P dan S	60



DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1 Langkah-langkah pemodelan matematika	12
Gambar 2.2 Diagram alir pokok-pokok analisis numerik	29
Gambar 4.1 Skema Model Dinamika Merokok.....	46
Gambar 4.2 Grafik laju perubahan populasi Potensial perokok (P) tanpa interaksi antara populasi P dan S	57
Gambar 4.3 Grafik laju perubahan populasi Perokok (S) tanpa interaksi antara populasi P dan S	57
Gambar 4.4 Grafik laju perubahan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) tanpa interaksi antara populasi P dan S	58
Gambar 4.5 Grafik laju perubahan populasi Potensial perokok (P) dengan interaksi antara populasi P dan S	61
Gambar 4.6 Grafik laju perubahan populasi Perokok (S) dengan interaksi antara populasi P dan S	61
Gambar 4.7 Grafik laju perubahan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) dengan interaksi antara populasi P dan S	62

DAFTAR SIMBOL

P	adalah populasi Potensial perokok.
S	adalah populasi Perokok.
Q	adalah populasi Perokok yang berhenti merokok.
n	adalah laju kelahiran individu baru yang masuk ke dalam populasi perokok potensial.
β	adalah laju perubahan individu pada populasi perokok potensial yang masuk ke dalam populasi perokok karena adanya interaksi antara kedua populasi.
γ	adalah laju perubahan individu pada populasi perokok yang masuk ke dalam populasi perokok yang berhenti merokok.
α	adalah laju perubahan individu pada populasi perokok yang berhenti merokok yang masuk ke dalam populasi perokok.
μ	adalah kematian alami pada pada semua populasi.
k	jumlah kontak antara P dan S .

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
MAKASSAR

ABSTRAK

Nama : Aswan

NIM : 60600111011

Judul : Pembatasan Dinamika Merokok Dengan Menggunakan Pendekatan Model Matematika

Dinamika merokok adalah sebuah permasalahan yang telah menyita perhatian dunia baik dalam masalah kesehatan maupun kehidupan sosial. Dalam laju perubahannya dinamika merokok memiliki tiga populasi yang saling memengaruhi, yaitu populasi Potensial perokok (P), Perokok (S) dan juga Perokok yang telah berhenti merokok (Q). Berdasarkan hasil analisis dari populasi yang terdapat pada permasalahan dinamika merokok maka diperoleh model matematika sebagai berikut.

$$\frac{dP}{dt} = n - (\beta + \mu)P$$

$$\frac{dS}{dt} = \beta P + \alpha Q - (\gamma + \mu)S$$

$$\frac{dQ}{dt} = \gamma S - (\alpha + \mu)Q$$

Model tersebut memiliki dua titik kesetimbangan F_0 yang menggambarkan titik bebas perokok, dan F_1 yang menggambarkan titik tidak bebas perokok. Hasil simulasi numerik pada model menunjukkan bahwa tidak adanya interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S) mengakibatkan laju perubahan populasi Perokok (S) menurun. Sedangkan adanya interaksi antara Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S) mengakibatkan laju perubahan populasi Perokok (S) meningkat. Sehingga untuk membatasi pertumbuhan jumlah perokok maka perlu upaya membatasi interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S).

Kata Kunci : *Dinamika Merokok, Model Matematika, Titik Kesetimbangan, Kestabilan, Nilai Eigen, Metode Numerik, Metode Runge Kutta-4*

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Perilaku merokok dilihat dari berbagai sudut pandang sangat merugikan, baik untuk diri sendiri, maupun orang di sekelilingnya. Dilihat dari segi kesehatan, pengaruh bahan kimia yang dikandung oleh rokok seperti tar, nikotin dan karbon monoksida akan memacu kerja sistem syaraf pusat dan susunan syaraf simpatis sehingga mengakibatkan tekanan darah meningkat dan detak jantung bertambah cepat, menstimulasi penyakit kanker dan berbagai penyakit lain.

Kebiasaan merokok yang dilakukan oleh sebagian masyarakat dunia memiliki berbagai efek terhadap kehidupan manusia. Baik itu efek terhadap kesehatan ataupun sosial. Efek yang ditimbulkan terhadap kesehatan manusia mulai dari batuk, menyebabkan kanker, serangan jantung, impotensi, gangguan kehamilan dan juga sampai pada kematian. Sedangkan efek terhadap tatanan sosial adalah perilaku merokok mengganggu sebagian orang jika dilakukan ditempat umum yang disebabkan oleh asap yang dikeluarkan oleh rokok.

Allah SWT melarang hal-hal yang mendatangkan mudharat bagi kesehatan sesuai firmanNya dalam QS al-Baqarah/2:195.

...وَلَا تُلْقُوا بِأَيْدِيكُمْ إِلَى التَّهْلُكَةِ وَأَحْسِنُوا ... ١٩٥

Terjemahnya:

Dan janganlah kamu jatuhkan (diri sendiri) ke dalam kebinasaan dengan tangan sendiri dan berbuat baiklah.¹

Dalam tafsir *Taisir al-Karim ar-Rahman fi Tafsir Kalam al-manan* karya Syaikh Abdurrahman bin an-Nasir as-Sa'di menjelaskan, “*Dan janganlah kamu menjatuhkan (diri sendiri) dalam kebinasaan dengan tangan sendiri*”. Allah melarang melakukan tindakan menjatuhkan diri sendiri dalam kebinasaan yang terpulang pada dua perkara, yaitu perbuatan yang menyebabkan rusaknya tubuh atau jiwa dan juga perbuatan yang menyebabkan hilangnya jiwa atau ruh.² Sementara itu perbuatan merokok dapat menyebabkan beberapa penyakit yang sangat berbahaya bagi kesehatan tubuh manusia.

Allah SWT juga melarang hal-hal yang dapat mengganggu orang lain seperti dalam QS Al-Ahzab/33:58.

وَالَّذِينَ يُؤْذُونَ الْمُؤْمِنِينَ وَالْمُؤْمِنَاتِ بَغَيْرِ مَا اكْتَسَبُوا فَقَدْ احْتَمَلُوا بُهْتَانًا
وَإِنَّمَا مُبِينًا ٥٨

Terjemahnya:

Dan orang-orang yang menyakiti orang-orang mukmin laki-laki dan perempuan, tanpa ada kesalahan yang mereka perbuat, maka sungguh, mereka telah memikul kebohongan dan dosa yang nyata.³

¹ Kementrian Agama RI, *Bukhara Al-Qur'an Tajwid dan Terjemahan* (Bandung: Syamil Qur'an, 2010), h. 83.

² Syaikh Abdurrahman bin Nashir as-Sa'di, *Tafsir al-Qur'an jilid 1* (Jakarta: Darul Haq, 2012), h. 335.

³ Departemen Agama RI, *Al-Qur'an dan Terjemahan* (Jakarta: Darus Sunnah, 2007), h. 427.

Syaikh Abdurrahman bin an-Nasir as-Sa'di menjelaskan dalam tafsir *Taisir al-Karim ar-Rahman fi Tafsir Kalam al-manan*, “Dan orang-orang yang menyakiti orang mukmin dan mukminat tanpa kesalahan yang mereka perbuat”, maksudnya tanpa perbuatan dosa dari mereka yang mengharuskan untuk disakiti, “maka sesungguhnya mereka telah memikul” di punggung mereka “kebohongan” karena mereka telah menyakiti tanpa sebab, “dan dosa yang nyata” karena mereka menzalimi orang yang beriman .⁴ Sedangkan perbuatan merokok dapat menyebabkan orang-orang di sekitar perokok mendapatkan dampak negatif dari asap rokok, baik dari sisi penyakit ataupun dampak sosial yang ditimbulkan oleh asap rokok.

Perilaku merokok berkembang dalam kehidupan manusia disebabkan oleh interaksi sosial yang terjadi antara perokok dengan orang yang tidak merokok. Banyak diantara orang yang tidak merokok berubah menjadi seorang perokok akibat dari bergaul dengan perokok baik interaksi pergaulan dalam waktu yang lama ataupun waktu yang tidak lama.

Badan kesehatan dunia (WHO) Menganggap bahwa rokok telah menjadi masalah kesehatan masyarakat yang penting bagi seluruh dunia sejak satu dekade yang lalu. Saat ini populasi perokok di dunia mencapai 1,1 miliar. Diperkirakan pada tahun 2025 jumlah ini akan meningkat menjadi 1,6 miliar, hal ini disebabkan karena perdagangan rokok yang bebas. Indonesia merupakan salah satu Negara berkembang yang memiliki tingkat produksi dan konsumsi

⁴ Syaikh Abdurrahman bin Nashir as-Sa'di, *Tafsir al-Qur'an jilid 4* (Jakarta: Darul Haq, 2012), h. 698.

rokok yang tinggi. Menurut Bank dunia yang dikutip DEPKES RI (2002) konsumsi rokok di Indonesiasekitar 6,6% dari konsumsi rokok dunia.⁵

Ilmu matematika dalam perkembangannya dapat digunakan untuk mengungkapkan dan mengukur suatu kejadian berbagai fenomena yang terjadi di alam ini. Ilmu matematika telah terbukti banyak membantu dalam menyelesaikan permasalahan pengukuran ataupun perhitungan masalah pada fenomena yang terjadi dalam kehidupan manusia. Salah satu cabang matematika yang digunakan dalam mengukur ataupun merepresentasi sebuah fenomena dalam kehidupan manusia adalah model matematika. Model matematika dapat menjadi solusi dalam berbagai permasalahan, baik permasalahan sosial, ekonomi, kesehatan dan beberapa fenomena kehidupan yang lainnya.

Salah satu fenomena yang penting untuk diukur dalam kehidupan masyarakat adalah dinamika merokok. Permasalahan dinamika merokok menimbulkan banyak masalah dalam kehidupan masyarakat itu sendiri, mulai dari segi kesehatan, ekonomi dan juga sosial. Maka perlu untuk melakukan pengukuran terhadap dinamika merokok dengan menggunakan model matematika. Model matematika dapat merepresentasi permasalahan dinamika merokok yang memiliki banyak sisi permasalahan baik dari sisi perilaku perokok, hubungan antara perilaku merokok dan kesehatan yang ditimbulkan ataupun efek sosial yang ditimbulkan oleh perilaku merokok.

⁵ Fitri Yessi Jami, dkk, *Model Matematika Pencegahan Pertambahan Jumlah Perokok dengan Penerapan Denda*, h. 5.

Sehingga model matematika dibutuhkan untuk menjadi salah satu solusi dalam membatasi masalah dinamika merokok tersebut.

Populasi manusia terus mengalami laju perubahan dalam kasus dinamika merokok. Di dalam populasi manusia tersebut terjadi laju perubahan dari populasi manusia yang belum merokok (Perokok Potensial) menjadi Perokok dan juga laju perubahan Perokok menjadi populasi yang berhenti merokok. Oleh karena itu laju perubahan ini perlu diteliti dan juga diimplementasikan dalam bentuk model matematika untuk memberikan solusi berupa pembatasan jumlah perokok dalam populasi manusia.

Permasalahan dinamika merokok sebelumnya telah beberapa kali diteliti oleh beberapa pihak, diantaranya adalah jurnal yang ditulis oleh Madya Vica Anggaraini yang berjudul “*Analisis Model Matematika Jumlah Perokok Dengan Dinamika Akar Kuadrat*” yang membuat dua model yaitu model interaksi perokok potensial dengan perokok berat dan model interaksi perokok potensial dengan perokok kadang-kadang sehingga hasil simulasi dari kedua model dengan menggunakan matlab, diperoleh kesimpulan bahwa jumlah subpopulasi perokok potensial mengalami penurunan sedangkan jumlah subpopulasi perokok dan mantan perokok mengalami peningkatan, sedangkan interaksi dengan perokok berat lebih mempengaruhi orang untuk merokok daripada interaksi dengan perokok kadang-kadang. Penelitian yang lain yaitu jurnal yang ditulis oleh Fitri Yessi Jami yang membuat model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan denda berbentuk persamaan diferensial non linear. Selain penelitian dalam cabang ilmu

matematika permasalahan dinamika merokok juga banyak diteliti dalam bidang sosial dan juga kesehatan. Melalui fakta yang ditemukan secara sosial dan juga kesehatan maka fakta-fakta tersebut menarik untuk diimplementasikan ke dalam model matematika.

Berdasarkan beberapa hal tersebut diatas, penulis tertarik mengambil penelitian untuk membahas **Pembatasan Dinamika Merokok dengan menggunakan pendekatan Model Matematika.**

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalah yang diteliti adalah bagaimana memodelkan pembatasan dinamika merokok?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian adalah membuat model matematika dalam pembatasan dinamika merokok.

D. Manfaat Penelitian

1. Bagi penulis;

Sebagai sarana latihan dan belajar dalam mengkaji permasalahan kehidupan yang terjadi dengan menggunakan ilmu matematika.

2. Bagi lembaga pendidikan;

Untuk pengembangan keilmuan khususnya pemodelan matematika.

3. Bagi pembaca;

Sebagai bentuk sosialisasi terhadap pembaca mengenai pemecahan masalah dengan menggunakan model matematika.

E. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah objek penelitian yang akan dimodelkan dalam penelitian ini yaitu:

1. Terdapat tiga populasi dalam dinamika merokok yaitu Potensial perokok, Perokok dan Perokok yang telah berhenti merokok .
2. Lingkungan objek penelitian terdapat rokok dan juga perokok.

F. Sistematika Penulisan

Sistematika pembahasan merupakan rangkaian urutan dari beberapa uraian penjelasan dalam suatu karya ilmiah. Dalam kaitannya dengan penulisan skripsi ini, kami menyusun sistematika pembahasan sebagai berikut:

BAB I Pendahuluan

Berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan

BAB II Tinjauan Pustaka

Berisi tinjauan pustaka tentang pemodelan matematika, sistem persamaan diferensial, metode numerik dan dinamika merokok.

BAB III Metodologi Penelitian

Berisi jenis penelitian, data dan sumber data, variabel dan definisi operasional, dan prosedur penelitian.

BAB IV Hasil dan Pembahasan

Berisi Hasil Penelitian dan Pembahasan

BAB V Penutup

Berisi Kesimpulan dan Saran

Daftar pustaka



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. *Model Matematika*

Model dan pemodelan telah membantu manusia memahami sistem alam yang kompleks, mulai dari yang mikroskopik sampai yang makroskopik. Dengan kata lain, model adalah jembatan antara dunia nyata dengan dunia berfikir untuk memecahkan suatu masalah. Proses penjabaran atau merepresentasikan ini disebut sebagai pemodelan yang tidak lain merupakan proses berpikir melalui sekuen yang logis.⁶

Berbagai proses transformasi atau bentuk model bisa dilakukan di dalam proses interpretasi dunia nyata ke dalam dunia model. Ada model yang lebih mengembangkan interpretasi verbal (seperti bahasa), ada yang diterjemahkan dalam bahasa simbolik, seperti bahasa matematika sehingga menghasilkan model kuantitatif. Untuk menjembatani dunia nyata yang dalam persepsi manusia bersifat kualitatif menjadi model yang bersifat kuantitatif diperlukan proses transformasi berupa alat pengukuran dan proses pengambilan keputusan.⁷

1. Langkah-langkah pemodelan matematika.

Langkah-langkah dalam mengkontruksi model matematika sebagai berikut:

⁶ Usman Pagay, *Mathematical Modelling* (Malang: UIN-Malang Press, 2009), h.2-3.

⁷ Usman Pagay, *Mathematical Modelling*, h.3-4.

Langkah 1: Identifikasi Masalah.

Proses identifikasi masalah merupakan proses untuk mengetahui masalah yang dihadapi. Pada model matematika identifikasi masalah terlebih dahulu merumuskan masalah secara verbal untuk menerjemahkannya ke dalam bahasa matematika. Perumusan masalah yang baik akan memudahkan menentukan tujuan dari kegiatan pemodelan ini, sedangkan tujuan ini akan dipakai sebagai indikator yang menunjukkan apakah model matematika yang dikonstruksi dapat menjawab permasalahannya. Pada langkah ini, dimulai dengan melakukan identifikasi variabel apa saja yang terlibat atau yang menggambarkan fenomena yang terjadi, kemudian menentukan variabel bebas dari fenomena yang terjadi dengan sangat hati-hati. Kehati-hatian diperlukan karena relasi kebergantungan antara variabel yang terlibat di dalamnya tidak selalu berlaku bolak-balik.

Langkah 2: Memutuskan Asumsi-asumsi

Umumnya tidak semua faktor yang mempengaruhi perilaku yang telah didefinisikan melalui pengamatan akan dipakai dalam pemodelan matematisnya. Jika pengetahuan empiris tidak ada maka yang biasa dilakukan dalam pemodelan adalah membuat asumsi-asumsi yang rasional. Seorang pemodel harus dapat menyederhanakan banyaknya faktor tersebut, yaitu dengan mereduksi jumlah faktor yang menjadi perhatian. Jadi pengasumsian meliputi dua kategori utama yaitu:

a. Identifikasi dan klasifikasi variabel

Hal-hal (faktor-faktor) apa saja yang mempengaruhi perilaku yang telah diidentifikasi pada langkah 1. Daftarlh faktor-faktor ini sebagai variabel. Kemudian klasifikasikan setiap variabel itu sebagai variabel bebas atau tak bebas.

b. Penentuan saling keterhubungan diantara variabel-variabel yang terpilih atau submodel-submodel.

Sebelum dapat menduga suatu keterhubungan diantara variabel, pada umumnya harus dibuat beberapa penyederhanaan. Masalah biasa cukup rumit manakala relasi keterhubungan diantara variabel tidak dapat dilihat pada awalnya. Dalam klasus yang demikian, diperbolehkan untuk mempelajari submodelnya, artinya satu atau lebih variabel bebas dipelajari secara terpisah. Akhirnya submodel-submodel ini dihubungkan bersama-sama dibawah asumsi model utamanya.

Langkah 3: Menyelesaikan Model Matematika

Model yang dikonstruksi selalu berbentuk persamaan diferensial yang memodelkan fenomena perubahan suatu objek yang terjadi. Oleh karena itu penyelesaiannya menggunakan teknik-teknik atau metode-metode yang aka dibahas kemudian untuk menyelesaikan persamaan diferensialnya. Pada tahapan ini dilanjutkan dengan menganalisis solusi matematis yang telah didapatkan tersebut tentang sifat dan kestabilannya bahkan mengeksplornya kedalam hal hal yang terkait.

Langkah 4: Memvalidasi model.

Sebelum menggunakan sebuah model untuk mencapai konklusi pada masalah nyata model harus diuji dahulu kevalidannya. Terdapat beberapa pertanyaan kritis yang dapat diajukan sebelum mendesain pengujian validasi model. Pertama, apakah model dapat menjawab masalah yang diidentifikasi pada langkah 1, atau apakah model telah menyimpang dari isu kunci sebagaimana yang telah dikonstruksi dalam model?. Kedua apakah model tersebut masuk akal?. Ketiga apakah data yang perlu untuk pengujian dan mengoperasikan model dapat dikumpulkan?, dan apakah model mendukung ketika diuji?.

Langkah 5: menginterpretasikan solusi matematis kedalam masalah nyata.

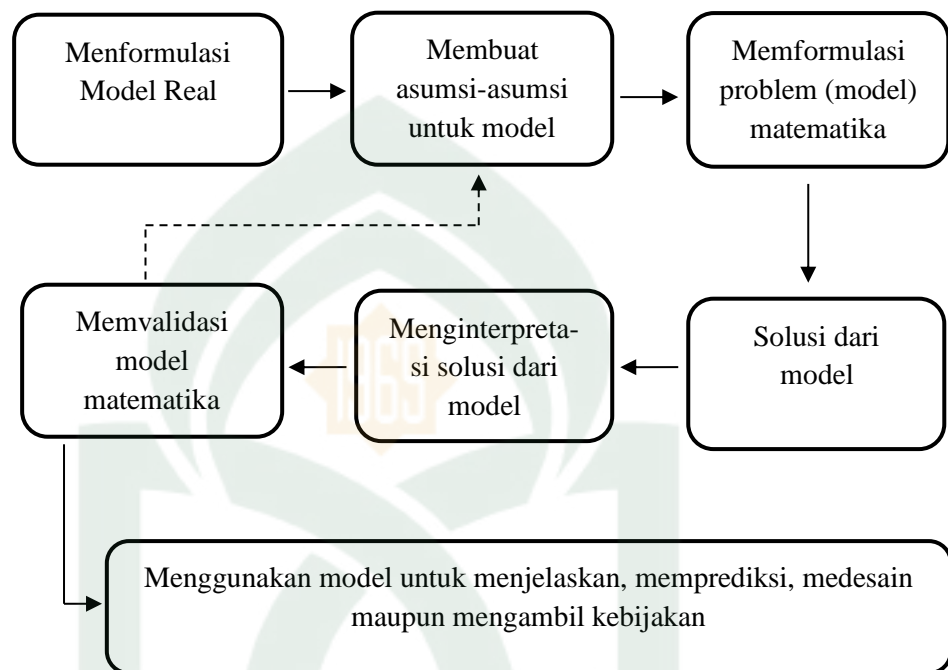
Setelah dilakukan uji validasi dan bahwa suatu model telah dinyatakan valid maka solusi matematis (langkah 3) harus diinterpretasikan kembali ke masalah nyata. Dari sinilah akan dihasilkan suatu kesimpulan atau keputusan yang dalam penyelesaian masalah nyata merupakan hal yang sangat penting.⁸

2. Proses Pemodelan Matematika

Suatu fenomena alam yang akan dimodelkan ke dalam model matematika perlu diidentifikasi dengan jelas tentang masalah yang terjadi atau hal yang akan dijelaskan pada fenomena tersebut. Hal ini terkait dengan tahapan yang dilakukan dalam pemodelan. Tahapan-tahapan utama

⁸ Kartono, *Persamaan Diferensial Biasa* (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2012), hal 10-12.

dalam memodelkan masalah nyata diberikan pada Gambar 1.1 berikut (Burghes dan Borrie, 1981).⁹



Gambar 2.1 Langkah-langkah pemodelan matematika

3. Pemodelan dengan Persamaan Diferensial

Kita sering melihat suatu fenomena yang berhubungan dengan laju perubahan pada suatu kuantitas terhadap satu atau beberapa kuantitas yang lain yang memengaruhinya. Dengan memperhatikan perubahan-perubahan kuantitas tersebut, biasanya kita berusaha untuk mendapatkan informasi mengenai hubungan fungsional antara kuantitas-kuantitas tersebut. Sebagai contoh, jika P menyatakan jumlah manusia dalam suatu populasi yang besar

⁹ Syamsuddin Toaha, *Pemodelan Matematika Dalam Dinamika Populasi*, (Makassar: Dua Saru Press, 2013), hal 2-3.

pada suatu waktu t , maka sangat beralasan untuk menyatakan bahwa laju perubahan populasi terhadap waktu bergantung kepada ukuran populasi pada saat sekarang.

Problem nyata pada perubahan populasi adalah bagaimana menjelaskan mekanisme pada perubahan populasi dan bagaimana mengonstruksi suatu model yang dapat menjelaskan perubahan populasi tersebut untuk memprediksi ukuran populasi pada masa yang akan datang.

Pertimbangan masalah-masalah ekologi, ekonomi, atau alasan-alasan lain, perubahan yang terjadi menjadi menarik untuk menentukan hubungan antara ukuran populasi P dan waktu t untuk membuat prediksi ukuran populasi P pada waktu yang akan datang. Jika ukuran populasi pada saat sekarang dinyatakan sebagai $P(t)$ dan ukuran populasi pada saat $t + \Delta t$ adalah $P(t+\Delta t)$, Maka perubahan populasi ΔP selama periode waktu Δt diberikan oleh

$$\Delta P = P(t+\Delta t) - P(t). \quad (1.1)$$

Ada banyak faktor yang memengaruhi pertumbuhan populasi dalam suatu wilayah, antara lain adalah faktor emigrasi, imigrasi, umur, gender, kelahiran, dan kematian. Misalkan kita hanya mempertimbangkan prinsip proporsionalitas, yaitu pertumbuhan populasi proporsional dengan ukuran populasi. Jika diasumsikan bahwa jumlah kelahiran dan kematian proporsional kepada ukuran populasi dan interval waktu tertentu Δt , yaitu jumlah kelahiran adalah $bP\Delta t$ dan jumlah kematian adalah $dP\Delta t$, dengan b

dan d merupakan konstanta nonnegatif. Dengan demikian perubahan populasi, yaitu ΔP , dalam interval waktu Δt diberikan oleh

$$\Delta P = bP \Delta t - dP \Delta t = (b - d) P \Delta t = kP \Delta t, \quad (1.2)$$

Dimana $k = b - d$. Rata-rata laju perubahan populasi selama waktu Δt diberikan oleh

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = kP \quad (1.3)$$

dengan demikian mengambil Δt cukup kecil atau mendekati nol dan dengan menggunakan definisi turunan (*derivative*) diperoleh suatu persamaan diferensial

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{dP}{dt} = kP \quad (1.4)$$

yang menyatakan laju perubahan sesaat populasi terhadap waktu proporsional dengan ukuran populasi pada waktu t . Model (1.4) dikenal sebagai model pertumbuhan populasi Malthus.

Persamaan diferensial (1.4) dengan nilai awal populasi $P(t_0) = P_0 > 0$ mempunyai solusi $P(t) = P_0 e^{k(t-t_0)}$. Prediksi perilaku ukuran populasi bergantung kepada nilai konstanta k . Jika $k < 0$ maka populasi seluruh secara eksponensial dan ukuran populasi akan menuju nol. Jika $k = 0$ maka ukuran populasi tidak mengalami perubahan dan dengan demikian ukurannya sama dengan populasi awal, yaitu $P(t) = P_0$ untuk setiap waktu t .¹⁰

¹⁰ Syamsuddin Toaha, *Pemodelan Matematika Dalam Dinamika Populasi*, hal 7-9.

B. Persamaan Diferensial

1. Definisi

Banyak prinsip atau hukum yang mendasari kelakuan dari alam yang merupakan statemen atau suatu relasi yang melibatkan laju perubahan atas apa yang sedang terjadi. Jika diekspresikan dalam bahasa matematika, relasi tersebut adalah suatu persamaan yang memuat turunan-turunan disebut persamaan diferensial.

Persamaan diferensial dituliskan sebagai suatu persamaan yang menghubungkan suatu fungsi tak dikenal dengan satu atau lebih turunannya. Turunan dari suatu fungsi f , yang dinotasikan dengan $\frac{dx}{dt} = f'(t)$ adalah laju perubahan dari kuantitas $x=f(t)$ yang perubahannya berkaitan dengan suatu variabel bebas t

2. Klasifikasi Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial dapat dikelompokkan atas dua yaitu:

a. Persamaan diferensial biasa

Persamaan diferensial biasa yaitu persamaan diferensial dimana fungsi yang tak diketahui tergantung hanya pada satu variabel bebas.

Contoh:

$$\frac{dy}{dx} = x + 5$$

b. Persamaan diferensial parsial

Persamaan diferensial parsial yaitu persamaan diferensial dimana fungsi yang tak diketahui tergantung pada beberapa variabel bebas.¹¹

Contoh:

1) Persamaan panas: $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

2) Persamaan gelombang: $a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$.

3. Order

Order dari suatu persamaan diferensial adalah orde tertinggi derivatif yang termuat dalam suatu persamaan.¹²

Contoh:

1) $\frac{dy}{dx} + y = 0, y' - xy = 0$ merupakan PD berorde 1

2) $\frac{d^2y}{dx^2} + y + x^2 + 5 = 0, y'' - xy' + e^2 = 0$ merupakan PD berorde 2

3) $x \frac{d^3y}{dx^3} + x^2 + 5 = xy, y''' - x(y')^2 + \ln(x) = 0$ merupakan PD berorde 3.

¹¹ Sri Sulasteri, *Persamaan Diferensial Biasa* (Makassar: Alauddin Univercity Press, 2014), h 1-4.

¹² Darmawijoyo, *Persamaan Diferensial Biasa*, (Jakarta: Penerbit Erlangga, 2011), h 1-2.

3. Derajat persamaan diferensial

Derajat suatu persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi dari turunan tingkat tertinggi yang terjadi (biasanya ditulis dalam bentuk polynomial).¹³

Contoh:

$(y')^2 + xy' + 4y = 0$ merupakan PD berorde 1, derajat 2.

4. Persamaan Diferensial Linier dan Persamaan diferensial Tak Linier

Baik persamaan diferensial biasa maupun parsial dapat digolongkan sebagai **linier** atau **nonlinier**. Sebuah persamaan diferensial disebut **linier** apabila fungsi yang tidak diketahui dan turunannya muncul dalam pangkat satu (hasilkali tidak dibolehkan). Bila tidak memenuhi syarat ini, persamaan tersebut adalah **nonlinier**.

Persamaan diferensial linier (*linear differential equation*) dalam variabel bebas x dan variabel terikat y sering ditulis dalam bentuk

$$a_0(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + a_n(x)y = b(x)$$

Persamaan diferensial tak linear (*non linear differential equation*) adalah persamaan diferensial yang tidak linear.

5. Solusi Persamaan Diferensial

Solusi dari suatu persamaan differensial adalah persamaan yang memuat variabel-variabel dari persamaan differensial dan

¹³ Sri Sulasteri, *Pesamaan Diferensial Biasa*, h 5.

memenuhi persamaan differensial yang diberikan. Jika $f(x)$ merupakan solusi dari persamaan differensial, maka $f(x)$ dan turunan-turunannya akan memenuhi persamaan differensial tersebut. Dalam hal ini $f(x)$ disebut integral atau primitive dari persamaan differensial itu. Sedangkan yang dimaksud dengan solusi umum dari persamaan differensial order n adalah solusi dari persamaan differensial tersebut yang memuat n konstanta sebarang yang bebas linier. Jika dari solusi umum itu, semua konstanta yang terdapat di dalamnya masing-masing diberi nilai tertentu, maka akan diperoleh solusi yang disebut solusi khusus persamaan differensial.

6. Sistem Persamaan Diferensial Linier dan Sistem Persamaan Diferensial Tak Linier

Sistem Persamaan Diferensial Linear adalah persamaan yang terdiri lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Sistem dari dua persamaan differensial dengan dua fungsi yang tidak diketahui terbentuk :

$$\dot{x}_1 = a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + f_1(t)$$

$$\dot{y}_1 = a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + f_2(t)$$

Di mana koefisien $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ dan f_1, f_2 merupakan fungsi t yang kontinu suatu selang I dan x_1, x_2 adalah fungsi t yang tak diketahui.

Sistem persamaan differensial liner dengan n buah fungsi-fungsi yang tak diketahui berbentuk:

$$x_1 = a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \dots + a_{1n}(t)x_n + f_1(t)$$

$$x_2 = a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \dots + a_{2n}(t)x_n + f_2(t)$$

$$x_n = a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \dots + a_{nn}(t)x_n + f_n(t).$$

Sistem persamaan diferensial tak linier adalah persamaan yang terdiri atas lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Sistem dari dua persamaan diferensial tak linier dengan dua fungsi yang tak diketahui berbentuk:

$$x' = ax + by + F(x, y) \quad y' = cx + dy + G(x, y)$$

Dimana $ad - bc \neq 0$.

Dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial linier dan sistem persamaan tak linier dapat juga menggunakan metode eksplisit yang diperluas sesuai dengan tingkat kesukaran, yaitu dengan metode eliminasi (metode penyelesaian sistem persamaan diferensial dalam dua fungsi yang tak diketahui dan dengan koefisien konstan) dan dengan metode matriks (metode penyelesaian sistem persamaan diferensial tak linier sering kali muncul dalam penerepan. Tetapi, hanya beberapa tipe persamaan diferensial tak linier (sebagai contoh : terpisah, homogeny, eksak) yang dapat diselesaikan secara eksplisit.¹⁴

¹⁴Aliyah, *Sistem Persamaan Diferensial linier dan Sistem Persamaan tak Linier*, (Malang-uin 2007), hlm 10.

C. Titik Keseimbangan

Definisi 2.3

Diberikan sistem persamaan diferensial $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$. Titik $\hat{\mathbf{x}} \in R^n$ disebut titik keseimbangan dari $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$. Jika memenuhi $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) = 0$.

Misalkan diberikan suatu sistem otonoms

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y)\end{aligned}\tag{2.21}$$

Titik (x^*, y^*) dimana $f(x^*, y^*) = 0$ dan $g(x^*, y^*) = 0$ disebut titik kritis pada sistem Persamaan (2.21). Titik kritis (x^*, y^*) merupakan solusi sistem Persamaan (2.21) yang bernilai konstan sebab $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$. Keadaan yang menyebabkan $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$ disebut dengan keadaan setimbang dan titik yang memenuhi disebut titik keseimbangan atau titik tetap.¹⁵

Contoh 2.6.

Akan dicari titik keseimbangan dari sistem (2.20) sebagai berikut:

$$f_1 = \mu + \beta I - \alpha SI - \mu S$$

$$f_2 = \alpha SI - \beta I - \mu I$$

¹⁵Sarah Lutfiah Yulinar, “Titik Keseimbangan Model Matematika Pada Pertumbuhan Sel T yang Mensekresi Interleukin-2”, Skripsi (Malang:Fak.Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim, 2009),h.10

Menurut definisi (2.3) titik kesetimbangan (\hat{S}, \hat{I}) dari sistem (2.20) dapat diperoleh jika $f(\hat{x}) = 0$. Akan dicari kesetimbangan dari sistem (2.20) sedemikian, sehingga $f_1(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$ dan $f_2(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$

Dengan

$$f_1(\hat{S}, \hat{I}) = \mu + \beta \hat{I} - \alpha \hat{S} \hat{I} - \mu \hat{S}$$

$$f_2(\hat{S}, \hat{I}) = \alpha \hat{S} \hat{I} - \beta \hat{I} - \mu \hat{I}$$

Untuk $f_1(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$,

$$\alpha \hat{S} \hat{I} - \beta \hat{I} - \mu \hat{I} = 0$$

$$\hat{I}(\alpha \hat{S} - \beta - \mu) = 0$$

$$\hat{I} = 0 \text{ atau } \hat{S} = \frac{\beta + \mu}{\alpha}$$

- a. Jika $\hat{I} = 0$ disubstitusikan ke persamaan $f_1(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$, maka diperoleh

$$\mu + \beta \hat{I} - \alpha \hat{S} \hat{I} - \mu \hat{S} = 0$$

$$\mu + \beta 0 - \alpha \hat{S} 0 - \mu \hat{S} = 0$$

$$\hat{S} = 1$$

Jadi, diperoleh titik kesetimbangan pertama yaitu $(0, 1)^T$.

- b. Jika $\hat{S} = \frac{\beta + \mu}{\alpha}$ disubstitusikan ke persamaan $f_1(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$, maka diperoleh

$$\mu + \beta \hat{I} - \alpha \hat{S} \hat{I} - \mu \hat{S} = 0$$

$$\mu + \beta \hat{I} - \alpha \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right) \hat{I} - \mu \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right) = 0$$

$$\mu + \beta \hat{I} - \beta \hat{I} - \mu \hat{I} - \mu \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right) = 0$$

$$\mu - \mu\hat{I} - \mu\left(\frac{\beta+\mu}{\alpha}\right) = 0$$

$$\mu - \mu\left(\frac{\beta+\mu}{\alpha}\right) = \mu\hat{I}$$

$$\mu\left(1 - \left(\frac{\beta+\mu}{\alpha}\right)\right) = \mu\hat{I}$$

$$\hat{I} = 1 - \frac{\beta+\mu}{\alpha}$$

Jadi, titik kesetimbangan kedua diperoleh $\left(\left(\frac{\beta+\mu}{\alpha}\right), \left(1 - \frac{\beta+\mu}{\alpha}\right)\right)^T$

Berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa sistem (2.20) memiliki dua titik kesetimbangan yaitu $(0,1)^T$ dan $\left(\left(\frac{\beta+\mu}{\alpha}\right), \left(1 - \frac{\beta+\mu}{\alpha}\right)\right)^T$.

Titik kesetimbangan dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemic penyakit. Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah kesetimbangan saat kelas terinfeksi nol atau saat penyakit tidak menyebar dalam populasi. Titik kesetimbangan endemic penyakit adalah titik saat kelas terinfeksi tidak nol atau saat penyakit nol saat penyakit menyebar dalam populasi.¹⁶

D. Pelinearan

Analisis kestabilan sistem persamaan diferensial tak linear dilakukan melalui pelinearan. Untuk mencari hasil pelinearan dari sistem persamaan deferensial tak linear digunakan matriks jacobii.

¹⁶Sri Rejeki Retno Yuliani, "Analisis Penyebaran Penyakit Diare Sebagai Salah Satu Penyebab Kematian Pada Balita Menggunakan Model Matematika Sis (Susceptible Infected-Susceptible), Skripsi (Yogyakarta: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta, 2016), h. 17-21

Definisi 2.4

Diberikan fungsi $f = (f_1, \dots, f_n)$ pada sistem $\dot{x} = f(x)$ dengan $f_i \in C(E), i = 1, 2, \dots, n$. Matriks

$$J(f(\bar{x})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\bar{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\bar{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\bar{x})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(\bar{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\bar{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\bar{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\bar{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(\bar{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\bar{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

Dinamakan matriks jacobian dari f di titik \bar{x}

Definisi 2.5. Sistem linear $\dot{x} = J(f(\bar{x}))(x - \bar{x})$ disebut linearisasi sistem nonlinear $\dot{x} = f(x)$ disekitar titik \bar{x} .¹⁷

E. Stabilitas

Titik equilibrium dikatakan stabil jika untuk sebarang syarat awal yang cukup dekat dengan titik equilibrium maka trayektori (kurva yang memotong tegak lurus kurva-kurva tersebut) dari penyelesaian tetap dekat dengan penyelesaian di titik equilibriumnya. Kestabilan suatu titik equilibrium dapat diperiksa dari akar karakteristik atau nilai eigen dengan menyelesaikan $|\lambda I - A| = 0$ dimana A merupakan matriks dari sistem persamaan diferensial yang linear dan berukuran $n \times n$. Sebagai contoh, tinjau contoh berikut.

Sistem linear

$$\dot{x}_1 + 3x_2 = \lambda x_1$$

¹⁷Intan Juliah, "Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Model Matematika Proses Transmisi Virus Dengue Di Dalam Tubuh Manusia Dengan Terapi Obat Herbal", Skripsi (Semarang: Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang, 2015), h. 15-20.

$$4x_1 + 2x_2 = \lambda x_2$$

Bisa ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Didapat $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, dan $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. Sehingga $\lambda I - A = \begin{bmatrix} \lambda - 1 & 3 \\ 4 & \lambda - 2 \end{bmatrix}$

$$\text{Maka } |\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda - 1 & 3 \\ 4 & \lambda - 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$= (\lambda - 1)(\lambda - 2) - (4)(3)$$

$$= \lambda^2 - 3\lambda - 10 = 0$$

$$(\lambda + 2)(\lambda - 5) = 0$$

Sehingga nilai eigen dari A adalah $\lambda = -2$ dan $\lambda = 5$.

Beberapa Sifat stabilitas titik equilibrium berdasarkan tanda bagian real pada nilai eigen dibagi menjadi 3 yaitu:

1. Stabil

Titik seimbang dikatakan stabil jika dan hanya jika akar karakteristiknya (nilai eigen) adalah real negatif atau mempunyai bagian real tak positif

2. Stabil Asimtotik

Titik *equilibrium* dikatakan stabil asimtotik jika dan hanya jika akar karakteristik (nilai eigen) adalah real dan negatif atau mempunyai bagian real negatif. Asimtotik terbagi menjadi dua yaitu asimtotik lokal dan asimtotik global. Kestabilan asimtotik lokal merupakan kestabilan dari sistem linear atau kestabilan dari linearisasi sistem tak linear. Kestabilan lokal pada titik *equilibrium* ditentukan oleh tanda bagian real dari akar-akar

karakteristik sistem dari matriks Jacobian yang dihitung di sekitar titik *equilibrium*. Sedangkan titik *equilibrium* dikatakan stabil asimtotik global jika sebarang nilai awal yang diberikan, maka setiap solusi pada sistem persamaan diferensial dengan sampai tak terhingga menuju titik *equilibrium*.

3. Tidak stabil

Titik setimbang dikatakan stabil jika hanya jika (nilai eigen) adalah real dan positif atau mempunyai paling sedikit satu nilai eigen dengan bagian real positif.

F. Metode Runge Kutta

Metode Runge-Kutta adalah alternatif lain dari metode deret Taylor yang tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindarkan keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan mengevaluasi fungsi $f(x, y)$ pada titik terpilih dalam setiap langkah. Metode Runge-Kutta adalah PDB yang paling populer karena banyak dipakai dalam praktek.

Bentuk umum metode Runge-Kutta orde- n ialah:

$$y_{r+1} = y_r + a_1 k_1 + a_2 k_2 + \cdots + a_n k_n \quad (2.24)$$

Dengan a_1, a_2, \dots, a_n adalah tetapan dan

$$k_1 = hf(x_r, y_r)$$

$$k_2 = hf(x_r + p_1 h, y_r + q_{11} k_1)$$

$$k_3 = hf(x_r + p_2h, y_r + q_{21}k_1 + q_{22}k_2) \quad (2.25)$$

$$\vdots$$

$$k_n = hf(x_r + p_{n-1}h, y_r + q_{n-1,1}k_1 + q_{n-1,2}k_2 + \dots + q_{n-1,n-1}k_{n-1})$$

Nilai a_i, p_i, q_{ij} dipilih sedemikian rupa sehingga meminimumkan galat per langkah, dan Persamaan (2.21) akan sama dengan metode deret Taylor dari orde setinggi mungkin.

Galat per langkah metode Runge-Kutta orde- $n : O(h^{n+1})$

Galat longgokan metode Runge-Kutta orde- $n : O(h^n)$

Orde metode = n

1. Metode Runge-Kutta orde empat adalah

$$k_1 = hf(x_r, y_r)$$

$$k_2 = hf(x_r + \frac{1}{2}h, y_r + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = hf(x_r + \frac{1}{2}h, y_r + \frac{1}{2}k_2)$$

$$k_4 = hf(x_r + h, y_r + k_3)$$

$$y_{r+1} = y_r + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Galat per langkah metode Runge-Kutta orde empat adalah $O(h^3)$

Galat longgokan metode Runge-Kutta orde empat adalah $O(h^4)$ ¹⁸

Contoh 2.7:

¹⁸ Rinaldi Munir, “Metode Numerik revisi kedua”, (Bandung: Informatika, 2008), h.390

Dengan menggunakan RK-4 (Kutta) tentukan penyelesaian masalah nilai awal berikut ini

$$y' = y, y(0) = 1 \quad h = 0.01$$

Pada selang $[0, 1]$

Penyelesaian:

Terlebih dahulu akan ditentukan solusi eksak yaitu:

$$\frac{dy}{dx} = y$$

Dengan menggunakan metode variabel terpisah maka akan didapatkan:

$$y = Ce^x$$

Untuk $y(0) = 1$ maka $C = 1$ sehingga diperoleh solusi eksak:

$$y(x) = e^x$$

Sedangkan solusi hampiran dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 (Kutta) adalah sebagai berikut:

1. Untuk $h = 0.01$

$$k_1 = hy(0)$$

$$= 0.01$$

$$k_2 = hy(0) + \frac{hk_1}{3}$$

$$= 1.00003$$

$$k_3 = y(0) + h\left(\frac{h}{3} + k_2\right)$$

$$= 1.01003$$

$$k_4 = y(0) + hh(k_1 - k_2 + k_3)$$

$$= 1.00020$$

$$\begin{aligned}
 y(1) &= y(0) + \frac{h}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4) \\
 &= 1.00880
 \end{aligned}$$

2. Untuk $h = 0.02$

$$k_1 = hy(0)$$

$$= 0.02$$

$$k_2 = hy(0) + \frac{hk_1}{3}$$

$$= 1.00013$$

$$k_3 = y(0) + h\left(\frac{k_2}{3} + k_2\right)$$

$$= 1.00013$$

$$k_4 = y(0) + h(k_1 - k_2 + k_3)$$

$$= 1.00080$$

$$y(1) = y(0) + \frac{h}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$$

$$= 1.01770$$

3. Untuk $h = 0.03$

$$k_1 = hy(0)$$

$$= 0.03$$

$$k_2 = hy(0) + \frac{hk_1}{3}$$

$$= 1.00030$$

$$k_3 = y(0) + h\left(\frac{k_2}{3} + k_2\right)$$

$$= 1.03030$$

$$k_4 = y(0) + h(k_1 - k_2 + k_3)$$

$$= 1.00180$$

$$y(1) = y(0) + \frac{h}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$$

$$= 1.02671$$

Lakukan proses iterasi secara terus-menerus sampai pada selang $[0.1]$.¹⁹

G. Metode Numerik

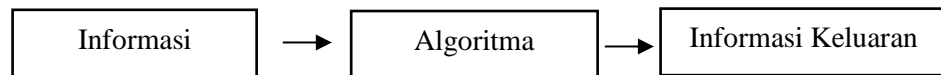
Metode numerik adalah suatu teknik penyelesaian yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan/aritmatik dan dilakukan secara berulang-ulang dengan bantuan computer atau secara manual (*hand calculation*).

Dalam menganalisis suatu permasalahan yang didekati dengan menggunakan metode numerik, umumnya melibatkan angka-angka dalam jumlah banyak dan melewati proses perhitungan matematika yang cukup rumit. Perhitungan secara manual akan memakan waktu yang panjang dan lama (*consuming time*). Namun dengan munculnya berbagai software computer, masalah tersebut kini dapat diatasi dengan mudah.²⁰

Analisis numerik sebagai bagian dari bahan pelajaran mutakhir mengenai pengolahan informasi (*information processing*). Data yang diberikan adalah informasi masukan (*input information*), dan hasil yang diperlukan adalah informasi keluaran (*output information*), sedangkan metode perhitungan tersebut dikenal sebagai *algoritma* (*algorithm*).

¹⁹Supinah, "Modifikasi Metode Runge Kutta Orde Empat (Kutta) Berdasarkan Rata-Rata Kontra Harmonik" Skripsi (Pekanbaru: Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2011), h.29-31.

²⁰ Agus Setiawan, *Pengantar Metode Numerik*, (Yogyakarta : Penerbit Andi, 2006), h. 1.



Gambar 2.2. Diagram alir pokok-pokok analisis numerik.²¹

H. Dinamika Merokok

Rokok sudah dikenal sejak lama oleh suku asli yang mendiami daerah Meksiko. Pada saat itu merokok sudah menjadi hal yang lazim dilakukan oleh masyarakat Meksiko. Rokok kemudian mulai menyebar ke suku yang mendiami daerah di sekitar Meksiko, yaitu suku Indian. Pada abad ke-15, tepatnya pada tahun 1518 Colombus dengan pelaut Spanyol menemukan sebuah dataran yang saat ini dikenal dengan benua Amerika. Colombus kemudian bertemu dengan suku Indian yang merupakan suku asli dataran tersebut dan mulai mengenal rokok. Kebiasaan merokok kemudian menyebar diantara para pelaut Spanyol yang kemudian mereka memperkenalkan kebiasaan merokok di dataran Eropa. Kebiasaan merokok terus menyebar keseluruh dunia termasuk Indonesia seiring dengan menyebarnya persepsi yang salah yaitu dengan menghirup daun tembakau dapat menyembuhkan penyakit.

Berdasarkan bahan pembungkus rokok, bahan baku atau isi rokok, proses pembuatan rokok dan penggunaan filter rokok. Berdasarkan bahan pembungkusnya, di Indonesia rokok dibedakan menjadi Klobot, Kawung, Sigaret dan Cerutu. Berdasarkan bahan baku atau isi rokok, rokok dibedakan menjadi rokok Putih, rokok Kretek dan rokok Klebak. Berdasarkan pembuatannya, rokok dibedakan menjadi Sigaret kretek tangan dan Sigaret

²¹ Francis Scheid, *Analisis Numerik*, (Jakarta: Penerbit Erlangga, 1992), h. 1.

kretek mesin. Berdasarkan penggunaan rokok, rokok dibedakan menjadi rokok Filter dan rokok non-Filter.

Tembakau merupakan bahan utama rokok yang terdiri dari beberapa kandungan yang tidak dimiliki oleh daun lainnya yaitu nikotin dan eugenol yang berbahaya bagi kesehatan tubuh. Selain itu, tembakau yang merupakan tanaman perkebunan juga tidak terlepas dari zat kimia yaitu pestisida. Dalam satu batang rokok, terdapat sekitar 4.800 bahan kimia diantaranya Karbon Monoksida, Nikotin, Tar dan Polycyclic.²²

1. Bahan Baku Rokok

Bahan Baku yang digunakan untuk membuat rokok adalah sebagai berikut:

a. Tembakau

Jenis tembakau yang dibudidayakan dan berkembang di Indonesia termasuk dalam spesies *Nicotiana tabacum*.

b. Cengkeh

Bagian yang biasa digunakan adalah bunga yang belum mekar. Bunga cengkeh dipetik dengan tangan oleh para pekerja, kemudian dikeringkan di bawah sinar matahari, kemudian cengkeh ditimbang dan dirajang dengan mesin sebelum ditambahkan ke dalam campuran tembakau untuk membuat rokok kretek.

²² Win Darmanto, dkk, *Analisis Model Matematika Jumlah Perokok Dengan Dinamika Akar Kuadrat*, (Jurnal Matematika Vol. 4 No. 2, Agustus – Desember 2013, ISSN: 1412 – 72818), h. 11.

c. Saus Rahasia

Saus ini terbuat dari beraneka rempah dan ekstrak buah-buahan untuk menciptakan aroma serta cita rasa tertentu. Saus ini yang menjadi pembeda antarasetiap merek dan varian kretek .

2. Kandungan Rokok

Rokok (termasuk asap rokok) mengandung racun yang berbahaya bagi kesehatan. Racun yang paling utama, antara lain tar, gas CO dan nikotin :

a. Nikotin

Kandungan awal nikotin dalam rokok sebelum dibakar adalah 8-20 mg, setelah dibakar, jumlah nikotin yang masuk ke sirkulasi darah hanya 25% dan akan sampai ke otak dalam waktu 15 detik saja. Dalam otak, nikotin akan diterima oleh reseptor asetil kolin-nikotinik yang kemudian membaginya ke jalur imbalan dan jalur adrenergik. Pada jalur imbalan di area mesolimbik otak, nikotin akan memberikan sensasi nikmat sekaligus mengaktifasi sistem dopaminergik yang akan merangsang keluarnya 38 dopamine, sehingga perokok akan merasa tenang, daya pikir meningkat, dan menekan rasa lapar. Sedangkan di jalur adrenergik di bagian lokus seruleus otak, nikotin akan mengaktifasi sistem adrenergik yang akan melepaskan serotonin sehingga menimbulkan rasa senang dan memicu keinginan untuk merokok lagi. Ketika berhenti merokok maka terjadi putus zat nikotin, sehingga rasa nikmat yang biasa diperoleh akan berkurang

yang menimbulkan keinginan untuk kembali merokok. Proses ini menimbulkan adiksi atau ketergantungan nikotin, yang membuat perokok semakin sulit untuk berhenti merokok.

b. Tar

Merupakan substansi hidrokarbon, yang bersifat lengket sehingga bisa menempel di paru-paru.

c. Karbon Monoksida (CO)

Gas CO yang dihasilkan dari sebatang rokok dapat mencapai 3-6%, gas ini dapat dihisap oleh siapa saja. Oleh orang yang merokok atau orang yang terdekat dengan si perokok. Gas CO mempunyai kemampuan mengikat hemoglobin (Hb) yang terdapat dalam sel darah merah (eritrosit) lebih kuat dibanding O₂, sehingga setiap ada asap rokok disamping kadar O₂ udara yang sudah berkurang, ditambah lagi sel darah merah akan semakin kekurangan O₂, oleh karena yang diangkut adalah CO dan bukan O₂. Sel tubuh yang menderita kekurangan O₂ akan berusaha meningkatkan yaitu melalui kompensasi pembuluh darah dengan jalan menciut atau sepasme. Bila proses sepasme berlangsung lama dan terus menerus maka pembuluh darah akan mudah rusak dengan terjadinya proses aterosklerosis (penyempitan). Penyempitan pembuluh darah akan terjadi di otak, jantung, paru, ginjal, kaki, saluran peranakan, dan ari-ari pada wanita hamil. Dapat dipahami penyempitan itu dapat berakibat sumbatan di otak, penyempitan pembuluh darah jantung, penyakit paru menahun,

betis menjadi sakit hingga pembusukan kering (gangrene), kemandulan, keguguran atau kematian bayi dalam kandungan, atau bayi lahir prematur atau cacat.²³

3. Perokok

Kamus Besar Bahasa Indonesia menyebutkan dua macam perokok yaitu :

- a. Perokok aktif, seseorang yang merokok secara aktif. Perokok aktif menghirup asap tembakau yang disebut juga asap utama (main stream smoke).
- b. Perokok pasif, yaitu seseorang yang menerima asap rokok saja, bukan perokoknya sendiri. Perokok pasif mempunyai resiko kesehatan yang lebih berbahaya dari pada resiko yang ditimbulkan perokok aktif. Perokok pasif menghirup asap sampingan (side stream smoke).

Menurut tingkatannya perokok terbagi menjadi 3, yaitu :

- a. Perokok ringan, yaitu merokok 1-10 batang sehari.
- b. Perokok sedang, yaitu merokok 10-20 batang sehari.
- c. Perokok berat, yaitu merokok lebih dari 24 batang sehari.²⁴

4. Dinamika merokok

Dinamika merokok pada populasi manusia terdapat empat subpopulasi yang berinteraksi yaitu:

²³ Bimma Adi Putra, *Hubungan Antarai Intensitas Perilaku Merokok Dengan Tingkat Insomnia*, Skripsi. (Semarang: Jurusan Psikologi Universitas Negeri Semarang, 2013), h 36-38

²⁴ Bimma Adi Putra, *Hubungan Antarai Intensitas Perilaku Merokok Dengan Tingkat Insomnia*, h 31-32

- a. Perokok potensial, orang yang tidak merokok namun berpotensi untuk menjadi perokok.
 - b. Perokok kadang-kadang, perokok ringan dan sedang.
 - c. Perokok berat, perokok yang mengkonsumsi rokok lebih banyak dan juga paling berpengaruh dalam populasi dalam hal dinamika merokok.
 - d. Mantan perokok, perokok yang telah berhenti merokok.
5. Perilaku Merokok

Menurut Kamus Bahasa Indonesia, intensitas adalah keadaan, tingkatan dan ukuran intensnya. Sedangkan perilaku merokok menurut uraian sebelumnya adalah suatu aktivitas membakar tembakau dan kemudian menghisapnya dan menghembuskannya keluar dan dapat menimbulkan asap yang dapat terhisap oleh orang-orang disekitarnya serta dapat menimbulkan dampak buruk baik bagi si perokok itu sendiri maupun orang-orang disekitarnya. Jadi pengertian intensitas perilaku merokok adalah keadaan, tingkatan atau banyak sedikitnya aktivitas seseorang dalam membakar tembakau dan menghisapnya serta dapat menimbulkan asap yang dapat terhisap oleh orang-orang di sekitarnya.²⁵

²⁵ Bimma Adi Putra, *Hubungan Antarai Intensitas Perilaku Merokok Dengan Tingkat Insomnia*, h 31

6. Tahapan Perilaku Merokok Remaja

Klasifikasikan perilaku merokok pada remaja terbagi menjadi empat tahap. Empat tahapan perilaku merokok pada remaja adalah:

a. Tahap persiapan

Tahap ini berlangsung pada saat remaja belum pernah merokok. Pada tahap ini remaja mulai membentuk opini tentang rokok dan perilaku merokok. Hal ini disebabkan karena adanya perkembangan sikap pada remaja, munculnya tujuan mengenai merokok, dan citra perilaku merokok yang diperoleh remaja.

b. Tahap inisiasi

Tahap ini merupakan tahap coba-coba untuk merokok. Remaja beranggapan bahwa dengan merokok, remaja akan terlihat dewasa, keren, gagah, dan berani.

c. Tahap menjadi seorang perokok

Tahap ini remaja memberikan identitas pada dirinya sebagai seorang perokok. Remaja juga mulai ketergantungan rokok.

d. Tahap tetap menjadi perokok

Tahap ini dipengaruhi oleh faktor psikologis dan biologis. Faktor psikologis yang mempengaruhi remaja untuk terus merokok adalah : adanya kebiasaan, stress, depresi, kecanduan, menurunkan kecemasan, ketegangan, upaya untuk memiliki teman. Faktor biologis yang mempengaruhi remaja untuk tetap menjadi perokok

yaitu efek dan level dari nikotin yang dibutuhkan dalam aliran darah.

7. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Perilaku Merokok pada Remaja

Aktifitas merokok disebabkan oleh berbagai faktor yang berasal dari internal dan eksternal. Terdapat tiga faktor penyebab perilaku meroko pada remaja, yaitu: (1) kepuasan psikologis; (2) sikap permisif orang tua terhadap perilaku merokok remaja; dan (3) pengaruh teman sebaya.

Pendapat lain juga menyebutkan, ada empat faktor yang mempengaruhi perilaku merokok pada remaja. Faktor-faktor tersebut adalah:

a. Pengaruh orang tua

Remaja yang tinggal dengan orang tua yang tidak memperhatikan anak dan adanya hukuman fisik yang keras dalam keluarga, akan lebih mudah untuk menjadi perokok. Selain itu, salahsatu faktor resiko pencetus bagi remaja untuk merokok adalah memiliki keluarga yang merokok. Perilaku orang tua dalam merokok, akan berpengaruh pada anak. Sebab anak akan memiliki kecenderungan untuk mengikuti perilaku yang dicontohkan oleh orang tua.

b. Pengaruh teman

Salah satu faktor risiko pencetus remaja untuk merokok adalah memiliki teman yang juga sebagai perokok. Diantara remaja perokok terdapat 87% di antaranya memiliki satu atau lebih sahabat yang merokok, begitupula dengan remaja bukan perokok.

c. Faktor kepribadian

Salah satu sifat kepribadian yang mempengaruhi remaja untuk mengkonsumsi rokok dan obat-obatan, yaitu sifat konformitas sosial. Individu yang memiliki skor tinggi pada berbagai tes konformitas sosial lebih mudah menjadi pengguna rokok dan obat-obatan dibandingkan dengan individu yang memiliki skor rendah.

d. Pengaruh iklan

Remaja tertarik untuk mengikuti perilaku seperti pada iklan rokok, baik dari media cetak maupun media elektronik., yang menggambarkan bahwa perokok terlihat jantan dan gagah.²⁶

8. Bahaya Rokok

Seperti halnya dengan bahan berbahaya lainnya yang menimbulkan risiko keracunan, merokok dapat menimbulkan efek jangka pendek dan jangka panjang.

²⁶ Ade Maya Azkiyati, *Hubungan Perilaku Merokok Dengan Harga Diri Remaja Laki-Laki Yang Merokok Di SMK Putra Bangsa*, (Depok: Jurusan Keperawatan Universitas Indonesia, 2012), h 16-19.

a. Jangka pendek

Rambut dan nafas berbau rokok, kekurangan oksigen ke otak dan paru-paru, dan tekanan darah meningkat.

b. Jangka panjang

1) Risiko kematian karena penyakit kardiovaskuler 2-3 kali lebih tinggi pada perokok dibanding dengan yang bukan perokok. Hal ini disebabkan karena:

- Pengapuran/plak pembuluh darah jantung (arteri koroner)
- Tingginya angka “sudden death” (kematian mendadak) pada perokok aktif, terutama pria berusia < 50 tahun.
- Pada perokok yang memiliki hipertensi, diabetes, atau gangguan kadar lemak darah yang tinggi akan memiliki risiko sakit jantung 3 kali lipat lebih besar daripada seorang perokok yang tidak memiliki penyakit penyerta di atas.
- Wanita yang menggunakan pil kontrasepsi yang juga seorang perokok berat, dapat menaikkan risiko terkena penyakit kardiovaskular 20 kali lebih besar daripada wanita yang tidak merokok.
- Semakin banyak merokok dan semakin lama merokok, semakin besar pula risiko terkena penyakit kardiovaskular.

- 2) Keganasan (kanker): paru-paru, rongga mulut, tenggorokan, kerongkongan, lambung, pankreas, usus besar, ginjal, kandung kemih, prostat, rahim, indung telur, leher rahim, dan payudara. 90% kanker paru-paru timbul pada perokok.
- 3) Infeksi saluran pernafasan: merokok mempermudah timbulnya dan mempersulit penyembuhan radang tenggorokan, sinusitis, bronkitis dan radang paru-paru, dibanding mereka yang tidak merokok.
- 4) Penyakit penyumbatan paru-paru menahun (PPOK), misalnya bronkitis kronis. Paru-paru yang rusak karena rokok akan menjadi lebih rentan terhadap infeksi dan juga kurang dapat menyerap oksigen.
- 5) Gangguan peredaran darah otak (stroke) dan kepikunan.
- 6) Rasa berdenyut, nyeri dan pincang pada kaki, karena gangguan aliran darah tungkai.
- 7) Radang dan tukak (luka) pada lambung.
- 8) Osteoporosis, sehingga memudahkan terjadinya patah tulang.
- 9) Impotensi dikarenakan penyempitan pada pembuluh darah ke alat kelamin.

10) Ibu hamil yang merokok berisiko melahirkan prematur, lahir mati (still birth), bayi lahir dengan berat badan rendah dan retardasi mental.²⁷

9. Proses Berhenti Merokok

Seseorang yang memiliki kebiasaan merokok membutuhkan proses agar dapat berhenti merokok sebab berhenti merokok bukanlah hal yang mudah yang dapat dilakukan. Sebagian perokok yang memiliki pengetahuan tentang bahaya merokok berusaha untuk berhenti merokok. Akan tetapi keinginan saja tidak cukup karena butuh perjuangan yang kuat agar dapat benar-benar berhenti merokok. Proses berhenti merokok seperti berikut ini: perokok memutuskan untuk berhenti merokok kemudian perokok mencoba untuk berhenti merokok. Akan tetapi perokok yang mencoba berhenti merokok tersebut kembali merokok lagi kemudian mencoba berhenti lagi dan akhirnya benar-benar berhenti merokok.

Usaha berhenti merokok bukanlah hal yang mudah sehingga seringkali perokok mengalami kegagalan dalam berhenti merokok.

Ada dua faktor yang berperan dalam menyebabkan sulitnya perokok berhenti merokok. Faktor pertama adalah akibat ketergantungan terhadap rokok yang disebabkan oleh nikotin yang

²⁷ Sentra Informasi Keracunan Nasional, Pusat Informasi Obat dan Makanan Badan POM, *Remaja, Tembakau dan Rokok*, (Jakarta Pusat), h 4-5

terdapat pada rokok. Perokok yang telah merokok selama bertahun-tahun akan memiliki kadar nikotin yang tinggi dalam darahnya. Ketika perokok tersebut mulai berhenti merokok maka kadar nikotin dalam darahnya akan menurun. Hal ini akan menyebabkan perokok tersebut mengalami *withdrawal symptoms* (gejala putus zat). Adapun gejala yang timbul yaitu sakit kepala, lesu, kurang konsentrasi, insomnia, gangguan pencernaan, dan lain-lain. Faktor kedua adalah psikologis. Perokok yang telah merokok selama bertahun-tahun akan mengalami rasa kehilangan sesuatu ketika dirinya berhenti merokok. Oleh sebab itu, jika perokok tidak mampu berkomitmen untuk tidak merokok lagi maka kemungkinan besar usahanya akan gagal.²⁸

²⁸ Henni Barus, *Hubungan Pengetahuan Perokok Aktif Tentang Rokok Dengan Motivasi Berhenti Merokok Pada Mahasiswa FKM Dan FISIP Universitas Indonesia*, Skripsi. (Depok: Jurusan Keperawatan Universitas Indonesia, 2012), h 13-14.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan pada penulisan tugas akhir ini adalah penelitian murni (*Library Research*) yang mengkaji tentang model matematika dinamika merokok.

B. Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan mulai pada bulan November 2016 - Mei 2018.

C. Variabel Penelitian dan Devinisi Operasional Variabel

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah : Potensial perokok (P), Perokok (S), dan Perokok yang berhenti merokok (Q). adapun definisi operasional variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Populasi Potensial perokok (P) yaitu populasi yang beranggotakan orang-orang yang tidak pernah merokok.
2. Populasi Perokok (S) yaitu populasi yang beranggotakan orang-orang yang melakukan aktifitas merokok baik perokok ringan ataupun perokok berat.
3. Populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) yaitu populasi yang beranggotakan orang-orang yang telah berhenti merokok.

D. Prosedur Penelitian

Untuk menjawab permasalahan yang ada maka digunakan prosedur penelitian dalam menentukan model pembatasan dinamika merokok yaitu sebagai berikut:

- 1) Langkah awal dalam penelitian ini adalah mengumpulkan teori untuk mengidentifikasi masalah dinamika merokok.
- 2) Menentukan asumsi-asumsi awal dan variabel yang akan digunakan dalam memodelkan permasalahan dinamika merokok.
- 3) Memformulasi model yaitu membentuk permasalahan dalam model matematika.
- 4) Menyelesaikan model matematika yang telah diformulasi.
- 5) Melakukan simulasi numerik pada model.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

1. Memformulasi Model Real

Fakta-fakta yang terjadi pada permasalahan dinamika merokok:

- a. Terdapat tiga populasi yang umum pada dinamika merokok yaitu populasi Potensial perokok (P), populasi Perokok (S), dan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q).
- b. Jumlah perokok bertambah karena adanya interaksi antara ketiga populasi.

2. Membuat Asumsi

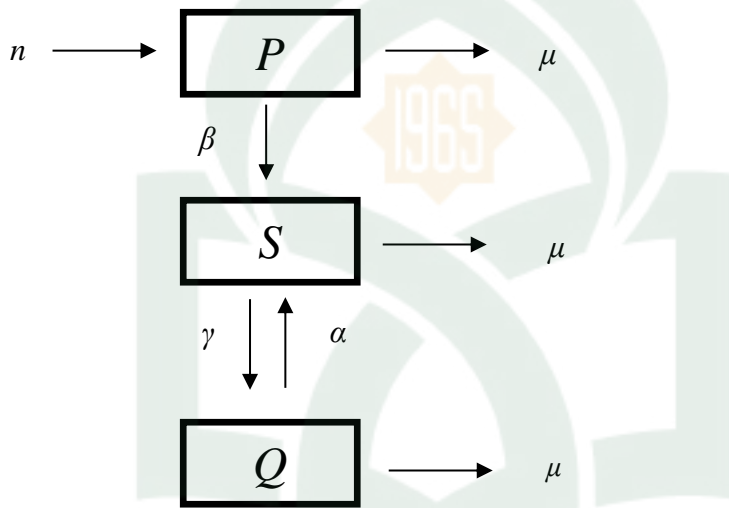
Asumsi yang dapat dibuat berdasarkan fakta-fakta tentang masalah dinamika merokok adalah sebagai berikut:

- a. Populasi dibedakan menjadi tiga populasi yaitu populasi Potensial perokok (P), populasi Perokok (S), dan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q).
- b. Populasi Potensial perokok (P) bertambah dengan kelahiran (n), dimana n adalah setiap individu yang pada tempat tinggalnya terdapat populasi Perokok dan tersedia rokok.
- c. Setiap populasi berkurang dengan kematian alami (μ).
- d. Interaksi antara Potensial perokok dan Perokok menyebabkan pertambahan jumlah Perokok (S)
- e. Dalam populasi terjadi laju perubahan:

- Populasi Potensial perokok (P) menjadi populasi Perokok (S).
- Populasi Perokok (S) menjadi populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) dan begitupun sebaliknya.

3. Skema Model Dinamika Merokok

Dari asumsi yang telah dibuat maka didapatkan skema model sebagai berikut:



Gambar 4.1 Skema Model Dinamika Merokok

4. Model Matematika

Berdasarkan asumsi dan skema model yang telah dibuat maka diperoleh model matematika dinamika merokok sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = n - (\beta + \mu)P \quad (4.1a)$$

$$\frac{dS}{dt} = \beta P + \alpha Q - (\gamma + \mu)S \quad (4.1b)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \gamma S - (\alpha + \mu)Q \quad (4.1c)$$

$$\text{Selanjutnya diberikan } \beta = \frac{kS}{P} \quad (4.2)$$

Keterangan:

- P adalah populasi Potensial perokok.
- S adalah populasi Perokok.
- Q adalah populasi Perokok yang berhenti merokok.
- n adalah laju kelahiran individu baru yang masuk ke dalam populasi Potensial perokok.
- β adalah laju perubahan individu pada populasi Potensial perokok yang masuk ke dalam populasi Perokok karena adanya interaksi antara kedua populasi.
- γ adalah laju perubahan individu pada populasi Perokok yang masuk ke dalam populasi Perokok yang berhenti merokok.
- α adalah laju perubahan individu pada populasi Perokok yang berhenti merokok yang masuk ke dalam populasi Perokok.
- μ adalah kematian alami pada pada semua populasi.
- k jumlah kontak antara P dan S .

5. *Titik Keseimbangan Pada Populasi Perokok*

Kestabilan dari populasi perokok dapat ditentukan dengan mencari suatu titik keseimbangan pada populasi perokok. Dalam menentukan titik keseimbangan populasi perokok, terlebih dahulu akan dicari titik keseimbangan bebas perokok lalu kemudian dicari titik keseimbangan tidak bebas perokok.

Titik kesetimbangan dapat diperoleh dengan beberapa tahapan dan salah satunya adalah dengan membuat ruas kiri sistem Persamaan (4.1) sama dengan nol. Sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$n - (\beta + \mu)P = 0 \quad (4.3a)$$

$$\beta P + \alpha Q - (\gamma + \mu)S = 0 \quad (4.3b)$$

$$\gamma S - (\alpha + \mu)Q = 0 \quad (4.3c)$$

a. Titik kesetimbangan bebas perokok

Titik kesetimbangan bebas perokok dapat dinyatakan dalam bentuk $F_0^* = (P^*, S^*, Q^*)$ terjadi jika $S = 0$.

Untuk $S = 0$ apabila disubstitusikan kedalam Persamaan (4.3a) dan persamaan (4.2c) maka diperoleh nilai P^* dan Q^* sebagai berikut:

$$\blacksquare \quad n - (\beta + \mu)P = 0$$

$$n = (\beta + \mu)P$$

$$P = \frac{n}{(\beta + \mu)} \quad \text{Substitusi nilai } \beta$$

$$P = \frac{n}{(\frac{k\alpha S}{P} + \mu)}$$

$$P = \frac{n}{(\frac{k(0)}{P} + \mu)}$$

$$P^* = \frac{n}{\mu} \quad (4.4)$$

$$\blacksquare \quad \gamma S - (\alpha + \mu)Q = 0$$

$$\gamma S = (\alpha + \mu)Q$$

$$Q = \frac{\gamma(0)}{(\alpha + \mu)}$$

$$Q^* = 0 \quad (4.5)$$

Jadi titik kesetimbangan bebas perokok adalah $F_0^* = (P^*, S^*, Q^*) = (\frac{n}{\mu}, 0, 0)$

b. Titik kesetimbangan tidak bebas perokok

Titik kesetimbangan tidak bebas perokok dapat dinyatakan dalam bentuk $F_1^* = (P^*, S^*, Q^*)$ terjadi jika $S > 0$. Menentukan titik kesetimbangan tidak bebas perokok dilakukan dengan cara melakukan penyederhanaan pada sistem Persamaan (4.3).

Langkah pertama menyederhanakan Persamaan (4.3a)

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad n - (\beta + \mu)P &= 0 \\ n &= (\beta + \mu)P \\ P^* &= \frac{n}{\beta + \mu} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Selanjutnya mencari nilai Q

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad \gamma S - (\alpha + \mu)Q &= 0 \\ \gamma S &= (\alpha + \mu)Q \\ Q &= \frac{\gamma S}{\alpha + \mu} \end{aligned} \tag{4.7}$$

Selanjutnya menyederhanakan Persamaan (4.2b) dengan mensubstitusi nilai P dan Q pada Persamaan (4.6) dan (4.7) ke dalam Persamaan (4.2b)

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad \beta P + \alpha Q - (\gamma + \mu)S &= 0 \quad \text{substitusi nilai } P \text{ dan } Q \\ \beta \left(\frac{n}{\beta + \mu} \right) + \alpha \left(\frac{\gamma S}{\alpha + \mu} \right) - (\gamma + \mu)S &= 0 \\ \alpha S \left(\frac{\gamma}{\alpha + \mu} \right) - (\gamma + \mu)S &= -\beta \left(\frac{n}{\beta + \mu} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S & \left(\alpha \left(\frac{\gamma}{\alpha + \mu} \right) - (\gamma + \mu) \right) = -\beta \left(\frac{n}{\beta + \mu} \right) \\
S & = \frac{-\beta \left(\frac{n}{\beta + \mu} \right)}{\alpha \left(\frac{\gamma}{\alpha + \mu} \right) - (\gamma + \mu)} \\
& = \frac{-\beta \left(\frac{n}{\beta + \mu} \right)}{\frac{\alpha \gamma - (\alpha \gamma + \gamma \mu + \mu \alpha + \mu^2)}{\alpha + \mu}} \\
& = -\beta \left(\frac{n}{\beta + \mu} \right) \left(\frac{\alpha + \mu}{-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2} \right) \\
S^* & = \frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)} \tag{4.8}
\end{aligned}$$

Selanjutnya menyederhanakan Persamaan (4.2c) dengan mensubstitusi nilai S pada Persamaan (4.8) ke dalam Persamaan (4.2c).

▪ $\gamma S - (\alpha + \mu)Q = 0$ substitusi nilai S

$$\gamma \left(\frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)} \right) - (\alpha + \mu)Q = 0$$

$$\gamma \left(\frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)} \right) = (\alpha + \mu)Q$$

$$Q = \frac{\gamma \left(\frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)} \right)}{(\alpha + \mu)}$$

$$Q = \gamma \left(\frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)} \right) \left(\frac{1}{(\alpha + \mu)} \right)$$

$$Q^* = \frac{\gamma(-\beta n)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)} \tag{4.9}$$

Jadi titik kesetimbangan bebas perokok adalah $F_1^* = (P^*, S^*, Q^*) =$

$$\left(\frac{n}{\beta + \mu}, \frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)}, \frac{\gamma(-\beta n)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)} \right)$$

6. *Pelinieran Pada Titik Tetap*

Pelinieran titik tetap diperlukan untuk mengetahui kestabilan titik kesetimbangan model. Pelinieran system persamaan tersebut menggunakan matriks jacobian (J) yang berorde 3 x 3, karena sesuai dengan Persamaan (4.1) sehingga berlaku matriks J sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ j_{31} & j_{32} & j_{33} \end{bmatrix}$$

Adapun persamaan yang akan dilinierisasi adalah sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = n - (\beta + \mu)P = f_1(t)$$

$$\frac{dS}{dt} = \beta P + \alpha Q - (\gamma + \mu)S = f_2(t)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \gamma S - (\alpha + \mu)Q = f_3(t)$$

- $j_{11} = \frac{df_1}{dP} = \frac{n - (\beta + \mu)P}{dP} = -\beta - \mu$
- $j_{12} = \frac{df_1}{dS} = \frac{n - (\beta + \mu)P}{dS} = 0$
- $j_{13} = \frac{df_1}{dQ} = \frac{n - (\beta + \mu)P}{dQ} = 0$
- $j_{21} = \frac{df_2}{dP} = \frac{\beta P + \alpha Q - (\gamma + \mu)S}{dP} = \beta$
- $j_{22} = \frac{df_2}{dS} = \frac{\beta P + \alpha Q - (\gamma + \mu)S}{dS} = -\gamma - \mu$
- $j_{23} = \frac{df_2}{dQ} = \frac{\beta P + \alpha Q - (\gamma + \mu)S}{dQ} = \alpha$
- $j_{31} = \frac{df_3}{dP} = \frac{\gamma S - (\alpha + \mu)Q}{dP} = 0$
- $j_{32} = \frac{df_3}{dS} = \frac{\gamma S - (\alpha + \mu)Q}{dS} = \gamma$

$$\blacksquare \quad j_{33} = \frac{df_3}{dQ} = \frac{\gamma S - (\alpha + \mu)Q}{dQ} = -\alpha - \mu$$

Sehingga matriks Jacobian dari sistem persamaan (4.3) adalah:

$$J(P^*, S^*, Q^*) = \begin{bmatrix} -\beta - \mu & 0 & 0 \\ \beta & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

7. Analisis Titik Kestimbangan Bebas Perokok

Kestabilan dari sistem terlinierisasi dapat dikaji melalui nilai eigen dari matriks jacobian. Matriks jacobian (4.10) di sekitar titik kesetimbangan $= (P^*, P^*, Q^*) = (\frac{n}{\mu}, 0, 0)$ adalah:

$$\begin{aligned} J_1^* &= \begin{bmatrix} -\beta - \mu & 0 & 0 \\ \beta & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{kS}{P} - \mu & 0 & 0 \\ \frac{kS}{P} & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{k(0)}{P} - \mu & 0 & 0 \\ \frac{k(0)}{P} & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix} \\ J_1^* &= \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Persamaan karakteristik dapat dicari dengan $\det(\lambda I - J_1^*) = |\lambda I - J_1^*| = 0$, dengan I : matriks identitas.

$$\det(\lambda I - J_1^*) = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} \lambda + \mu & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + \gamma - \mu & -\alpha \\ 0 & -\gamma & \lambda + \alpha - \mu \end{vmatrix} = 0 \\
&= \lambda + \alpha - \mu [(\lambda + \mu)(\lambda + \gamma - \mu) - 0] = 0
\end{aligned}$$

$$\triangleright \lambda_1 = -\alpha + \mu$$

$$\lambda_2 = -\mu \quad (4.11)$$

$$\lambda_3 = -\gamma + \mu$$

8. Analisis Titik Keseimbangan Tidak Bebas Perokok

Kestabilan dari sistem terlinierisasi dapat dikaji melalui nilai eigen dari matriks jacobian. Matriks jacobian (4.10) di sekitar titik keseimbangan $(P^*, P^*, Q^*) =$

$(\frac{n}{\beta + \mu}, \frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma\mu - \mu\alpha - \mu^2)}, \frac{\gamma(-\beta n)}{(\beta + \mu)(-\gamma\mu - \mu\alpha - \mu^2)})$ adalah:

$$J_1^* = \begin{bmatrix} -\beta - \mu & 0 & 0 \\ \beta & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dapat dicari dengan $\det(\lambda I - J_1^*) = |\lambda I - J_1^*| = 0$, dengan I : matriks identitas.

$$\begin{aligned}
\det(\lambda I - J_1^*) &= \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\beta - \mu & 0 & 0 \\ \beta & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\beta - \mu & 0 & 0 \\ \beta & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} \lambda + \beta - \mu & 0 & 0 \\ -\beta & \lambda + \gamma - \mu & -\alpha \\ 0 & -\gamma & \lambda + \alpha - \mu \end{vmatrix} = 0
\end{aligned}$$

$$= \lambda + \alpha - \mu[(\lambda + \beta - \mu)(\lambda + \gamma - \mu) - 0] = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = -\alpha + \mu$$

$$\lambda_2 = -\beta - \mu \quad (4.12)$$

$$\lambda_3 = -\gamma + \mu$$

9. Simulasi Numerik Pada Model

a. Penentuan data dan nilai parameter

Adapun data dan nilai parameter yang digunakan pada simulasi numerik model adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Data jumlah populasi

Populasi	Jumlah (Orang)
Potensial perokok (P)	68
Perokok (S)	29
Perokok yang berhenti merokok (Q)	3

Tabel 4.2 Parameter pada model matematika dinamika merokok

Parameter	Nilai	Sumber
n	2	Hanisar (2016)
k	0,3	Sharomi, Dkk (2008)
γ	0,3	Sharomi, Dkk (2008)
α	3	Sharomi, Dkk (2008)

μ	0,02	Hanisar (2016)
-------	------	----------------

b. Simulasi numerik model dimana tidak ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S)

Berikut ini adalah simulasi model kestabilan titik tetap pada saat tidak ada interaksi antara Potensial perokok dan Perokok. Dengan nilai parameter $n = 2$, $k = 0$, $\gamma = 0,3$, $\alpha = 3$, $\mu = 0,02$ dan $\beta = \frac{kS}{P} = \frac{(0)29}{68} = 0$ sehingga jika disubstitusikan ke dalam system persamaan (4.1) akan diperoleh seperti berikut ini:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= (2) - (0 + 0,02)P \\ \frac{dS}{dt} &= (0)P + (3)Q - (0,3 + 0,02)S \\ \frac{dQ}{dt} &= (0,3)S - (3 + 0,02)Q\end{aligned}\tag{4.13}$$

Selanjutnya kestabilan Sistem (4.13) dapat diselidiki melalui nilai eigen dari matriks jacobian yang diperoleh dari Sistem (4.11) yaitu $\lambda_1 = -\alpha + \mu = -3 + 0,02 = -2,98$, $\lambda_2 = -\mu = -0,02$ dan $\lambda_3 = -\gamma + \mu = -0,3 + 0,02 = -0,28$. Dapat dilihat bahwa seluruh nilai eigennya merupakan bilangan real positif, maka titik $F_0^* = (P^*, S^*, Q^*) = \left(\frac{n}{\mu}, 0, 0\right) = (100, 0, 0)$ stabil.

Selanjutnya akan diselidiki sistem kestabilan disekitar titik kesetimbangan pada titik kesetimbangan $F_1^* = (P^*, S^*, Q^*) = \left(\frac{n}{\beta + \mu}, \frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)}, \frac{\gamma(-\beta n)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)}\right) = (100, 0, 0)$. Kestabilan

dari system bergantung pada nilai eigen dari matriks jacobian nya yang diperoleh dari Sistem (4.12) yaitu $\lambda_1 = -\alpha + \mu = -3 + 0,02 = -2,98$, $\lambda_2 = -\beta - \mu = -0,128 - 0,02 = -0,13$ dan $\lambda_3 = -\gamma + \mu = -0,3 + 0,02 = -0,28$. Dapat dilihat bahwa seluruh nilai eigennya merupakan bilangan real negatif, maka titik $F_1^* = (P^*, S^*, Q^*) = (100, 0, 0)$ stabil.

Dengan menggunakan metode Runge kutta dapat diketahui laju perubahan populasi pada dinamika merokok, dapat dilihat pada table dan grafik berikut:

Tabel 4.3 Laju perubahan populasi Dinamika Merokok dimana ada interaksi antara P dan S

Iterasi ke-	Runge Kutta Orde 4 dengan $\Delta x = 0,1$		
	P	S	Q
1	68	29	3
2	73	24	2
3	78	20	2
4	82	16	2
5	85	13	1
6	87	10	1
7	90	9	1
8	92	7	1
9	93	6	1
10	94	5	1

\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
39	100	0	0
40	100	0	0

Tabel 4.3 diatas menunjukkan laju perubahan populasi Potensial perokok (P), Perokok (S) dan Perokok yang telah berhenti merokok (Q) pada dinamika merokok tanpa adanya interaksi antara Potensial perokok (S) dengan Perokok (S). Selain pada tabel perubahan populasi pada kasus dinamika merokok dapat dilihat pada grafik berikut.



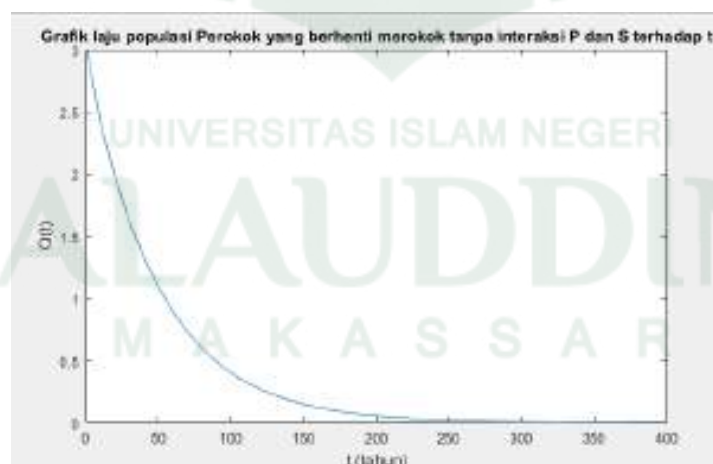
Gambar 4.2 Grafik laju perubahan populasi Potensial perokok (P) tanpa interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan Gambar 4.2 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi Potensial perokok (P) mengalami peningkatan pada kondisi tidak ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dan populasi Perokok (S).



Gambar 4.3 Grafik laju perubahan populasi Perokok (S) tanpa interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan Gambar 4.3 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi Perokok (S) mengalami penurunan pada kondisi tidak ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dan populasi Perokok (S).



Gambar 4.4 Grafik laju perubahan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) tanpa interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan Gambar 4.4 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) mengalami penurunan pada kondisi tidak ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dan populasi Perokok (S).

c. Simulasi numerik model dimana ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S).

Berikut ini adalah simulasi model kestabilan titik tetap pada saat tidak ada interaksi antara Potensial perokok dan Perokok. Dengan nilai parameter $n = 2$, $k = 0,3$, $\gamma = 0,3$, $\alpha = 3$, $\mu = 0,02$ dan $\beta = \frac{kS}{P} = \frac{(0,3)29}{68} = 0,128$ sehingga jika disubstitusikan ke dalam system persamaan (4.1) akan diperoleh seperti berikut ini:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= (2) - (0,128 + 0,02)P \\ \frac{dS}{dt} &= (0,128)P + (3)Q - (0,3 + 0,02)S \\ \frac{dQ}{dt} &= (0,3)S - (3 + 0,02)Q\end{aligned}\tag{4.13}$$

Selanjutnya kestabilan Sistem (4.13) dapat diselidiki melalui nilai eigen dari matriks jacobian yang diperoleh dari Sistem (4.11) yaitu $\lambda_1 = -\alpha + \mu = -0,3 + 0,02 = -0,28$, $\lambda_2 = -\mu = -0,02$ dan $\lambda_3 = -\gamma + \mu = -0,1 + 0,02 = -0,08$. Dapat dilihat bahwa seluruh nilai eigennya merupakan bilangan real positif, maka titik $F_0^* = (P^*, S^*, Q^*) = \left(\frac{n}{\mu}, 0, 0\right) = (100, 0, 0)$ stabil.

Selanjutnya akan diselidiki sistem kestabilan disekitar titik kesetimbangan pada titik kesetimbangan $F_1^* = (P^*, S^*, Q^*) =$

$$\left(\frac{n}{\beta+\mu}, \frac{(-\beta n)(\alpha+\mu)}{(\beta+\mu)(-\gamma\mu-\mu\alpha-\mu^2)}, \frac{\gamma(-\beta n)}{(\beta+\mu)(-\gamma\mu-\mu\alpha-\mu^2)} \right) = 15,384, \quad 89,564,$$

8,897). Kestabilan dari system bergantung pada nilai eigen dari matriks jacobiannya yang diperoleh dari Sistem (4.12) yaitu $\lambda_1 = -\alpha + \mu = -0,3 + 0,02 = -0,28$, $\lambda_2 = -\beta - \mu = -0,128 - 0,02 = -0,13$ dan $\lambda_3 = -\gamma + \mu = -0,3 + 0,02 = -0,28$. Dapat dilihat bahwa seluruh nilai eigennya merupakan bilangan real negatif, maka titik $F_1^* = (P^*, S^*, Q^*) = (15,384, 89,564, 8,897)$ stabil.

Dengan menggunakan metode Runge kutta dapat diketahui laju perubahan populasi pada dinamika merokok, dapat dilihat pada table dan grafik berikut:

Tabel 4.4 Laju perubahan populasi Dinamika Merokok

Iterasi ke-	Runge Kutta Orde 4 dengan $\Delta x = 0,1$		
	P	S	Q
1	68	32	3
2	60	36	3
3	54	42	4
4	48	47	5
5	44	51	5
6	40	55	5
7	36	58	6
8	33	61	6
9	30	64	6

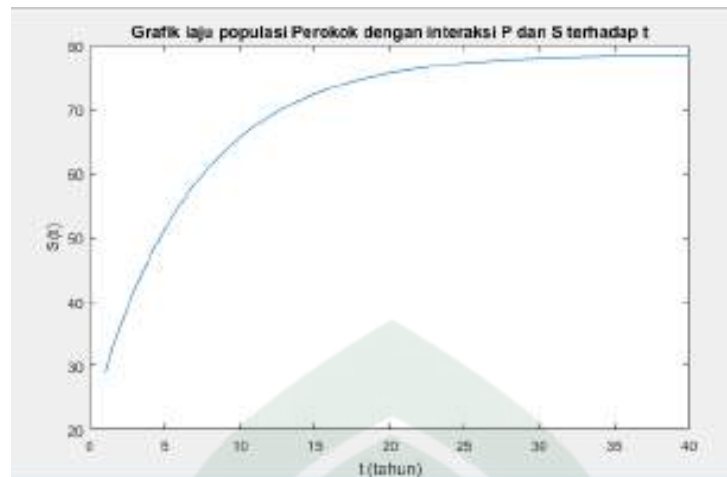
10	29	66	6
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
39	14	78	8
40	14	79	8

Tabel 4.3 diatas menunjukkan laju perubahan populasi Potensial perokok (P), Perokok (S) dan Perokok yang telah berhenti merokok (Q) pada dinamika merokok tanpa adanya interaksi antara Potensial perokok (S) dengan Perokok (S). Selain pada tabel perubahan populasi pada kasus dinamika merokok dapat dilihat pada grafik berikut.



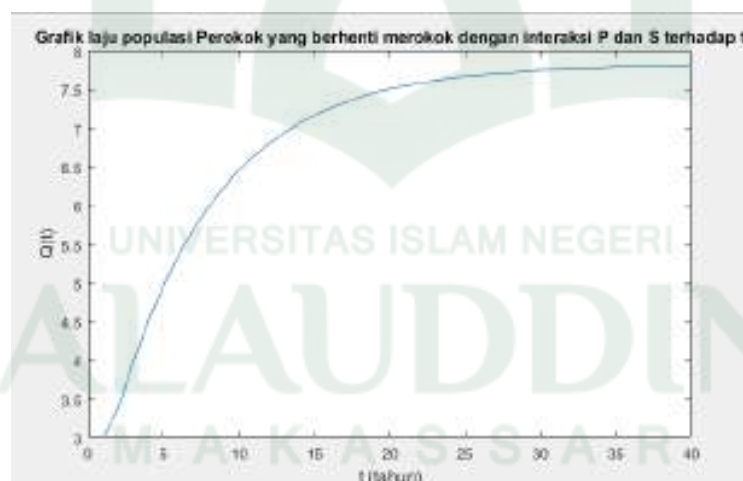
Gambar 4.5 Grafik laju perubahan populasi Potensial perokok (P) dengan interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan Gambar 4.5 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi Potensial perokok (P) mengalami penurunan pada kondisi ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dan populasi Perokok (S).



Gambar 4.6 Grafik laju perubahan populasi Perokok (S) dengan interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan Gambar 4.6 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi Perokok (S) mengalami penurunan pada kondisi ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dan populasi Perokok (S).



Gambar 4.7 Grafik laju perubahan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) dengan interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan Gambar 4.7 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) mengalami peningkatan

pada kondisi ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dan populasi Perokok (S).

B. Pembahasan

Pemodelan dinamika merokok dimulai dengan mengumpulkan teori tentang dinamika merokok yang terjadi dalam kehidupan manusia, sehingga ditemukan ada tiga populasi umum pada dinamika tersebut. Tiga populasi itu adalah Potensial perokok (P), Perokok (S) dan Perokok yang berhenti merokok (Q). Interaksi yang terjadi antara ketiga populasi tersebut menyebabkan pertambahan jumlah populasi Perokok.

Selanjutnya membuat asumsi dari teori yang telah didapatkan hingga membuat skema model dari asumsi yang telah dibuat. Dari skema model yang telah dibuat pada Gambar 4.1 maka diperoleh model matematika pada Persamaan 4.1.

Langkah selanjutnya adalah mencari titik kesetimbangan dari model dinamika merokok. Dalam pemodelan ini titik kesetimbangan ada dua, yaitu titik kesetimbangan bebas perokok dan juga titik kesetimbangan tidak bebas perokok. Adapun titik kesetimbangan bebas perokok berada pada titik-titik $F_0^* = (P^*, S^*, Q^*) = (\frac{n}{\mu}, 0, 0)$ dan titik kesetimbangan tidak bebas perokok berada pada titik-titik $F_1^* = (P^*, S^*, Q^*) = (\frac{n}{\beta+\mu}, \frac{(-\beta n)(\alpha+\mu)}{(\beta+\mu)(-\gamma\mu-\mu\alpha-\mu^2)}, \frac{\gamma(-\beta n)}{(\beta+\mu)(-\gamma\mu-\mu\alpha-\mu^2)})$.

Untuk mengetahui titik kesetimbangan pada model dinamika merokok maka perlu melakukan pelinieran pada titik tetap dengan menggunakan matriks

jacobian. Sehingga matriks jacobian dari persamaan 4.2 yaitu $J(P^*, S^*, Q^*) =$

$$\begin{bmatrix} -\beta - \mu & 0 & 0 \\ \beta & -\gamma - \mu & \alpha \\ 0 & \gamma & -\alpha - \mu \end{bmatrix}.$$

Setelah mendapatkan matriks jacobian dari system persamaan model dinamika merokok, dilakukan analisis pada titik keseimbangan pada model dinamika merokok. Hal ini perlu dilakukan untuk mengetahui kestabilan model. Hasil analisis titik kesetimbangan bebas perokok menunjukkan nilai eigen pada sekitar titik-titik $F_0^* = (P^*, S^*, Q^*) = (\frac{n}{\mu}, 0, 0)$ yaitu $\lambda_1 = -\alpha + \mu$, $\lambda_2 = -\mu$ dan $\lambda_3 = -\gamma + \mu$. Sedangkan hasil analisis titik kesetimbangan tidak bebas perokok menunjukkan nilai eigen pada sekitar titik-titik $F_1^* = (P^*, S^*, Q^*) = (\frac{n}{\beta + \mu}, \frac{(-\beta n)(\alpha + \mu)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)}, \frac{\gamma(-\beta n)}{(\beta + \mu)(-\gamma \mu - \mu \alpha - \mu^2)})$ yaitu $\lambda_1 = -\alpha + \mu$, $\lambda_2 = -\beta + \mu$ dan $\lambda_3 = -\gamma + \mu$.

Simulasi numerik pada model akan menggambarkan kestabilan pada titik kesetimbangan dan juga laju perubahan populasi pada dinamika merokok. Dengan menggunakan data pada Tabel 4.1 dan nilai parameter pada Tabel 4.2 maka dapat diketahui bahwa nilai eigen pada titik kesetimbangan bebas perokok dan titik kesetimbangan tidak bebas perokok keduanya stabil. Hal tersebut ditunjukkan oleh nilai eigen pada kedua titik kesetimbangan semuanya bernilai negatif.

Berdasarkan hasil simulasi dengan menggunakan metode *runge kutta* maka dapat diketahui laju perubahan jumlah populasi pada dinamika merokok. Hal ini ditunjukkan pada Tabel 4.3 dan Tabel 4.4 serta Grafik hasil simulasi numerik pada model. Laju perubahan jumlah populasi pada kondisi dimana

tidak ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S) ditunjukkan pada Tabel 4.3. Pada kondisi ini terlihat pada tabel populasi Potensial perokok (P) mengalami peningkatan, populasi Perokok (S) mengalami penurunan dan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) mengalami penurunan. Hal tersebut juga bisa dilihat pada Gambar 4.2 untuk laju perubahan populasi Potensial perokok (P) mengalami peningkatan pada setiap tahun, Gambar 4.3 untuk laju perubahan populasi Perokok (S) mengalami penurunan pada setiap tahun dan Gambar 4.4 untuk laju perubahan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) mengalami penurunan pada setiap tahun.

Sedangkan laju perubahan jumlah populasi pada kondisi dimana ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S) ditunjukkan pada Tabel 4.4. Pada kondisi ini terlihat pada tabel populasi Potensial perokok (P) mengalami penurunan, populasi Perokok (S) mengalami peningkatan dan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) mengalami peningkatan. Hal tersebut juga bisa dilihat pada Gambar 4.5 untuk laju perubahan populasi Potensial perokok (P) mengalami penurunan pada setiap tahun, Gambar 4.6 untuk laju perubahan populasi Perokok (S) mengalami peningkatan pada setiap tahun dan Gambar 4.7 untuk laju perubahan populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) mengalami peningkatan pada setiap tahun.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada Bab sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Model matematika dinamika merokok adalah:

a. Model matematika dinamika merokok dimana tidak ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S)

$$\frac{dP}{dt} = (2) - (0 + 0,02)P$$

$$\frac{dS}{dt} = (0)P + (3)Q - (0,3 + 0,02)S$$

$$\frac{dQ}{dt} = (0,3)S - (3 + 0,02)Q$$

b. Model matematika dinamika merokok dimana ada interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S)

$$\frac{dP}{dt} = (2) - (0,128 + 0,02)P$$

$$\frac{dS}{dt} = (0,128)P + (3)Q - (0,3 + 0,02)S$$

$$\frac{dQ}{dt} = (0,3)S - (3 + 0,02)Q$$

2. Berdasarkan simulasi numerik pada model dapat disimpulkan bahwa jumlah populasi Perokok (S) menurun pada kondisi tidak adanya interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S) dan akan meningkat pada kondisi adanya interaksi antara populasi Potensial perokok (P) dengan populasi Perokok (S).

B. Saran

Penelitian tentang model dinamika merokok yang penulis lakukan hanya menggunakan 3 populasi yaitu populasi Potensial perokok, populasi Perokok dan juga populasi Perokok yang berhenti merokok. Maka untuk pengembangan penelitian selanjutnya dapat membagi populasi perokok menjadi perokok ringan dan perokok berat.



DAFTAR PUSTAKA

- Asrijal. 2016. *Aplikasi Metode Transformasi Laplace pada Dinamika Sistem Fisis-Massa Pegas dengan Shock Absorber*, Makassar: FST UIN Alauddin Makassar.
- Budi, Nugroho Didit. 2010. *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya Penyelesaian Manual dan Menggunakan Maple*, Salatiga: Graha Ilmu.
- Danang,Mursita. 2011. *Matematika Lanjut untuk Perguruan Tinggi*, Bandung:Rekayasa Sains.
- Effendy, Nurul. 2008. *Peredaman Osilasi Getaran Pada Suatu Sistem Dengan Pemodelan Pegas-Damper Menggunakan Kendali Logika Fuzzy*. Jurnal Informatika.
- Giancoli C. Douglas. 2014. *Fisika. Prinsip dan Aplikasi Edisi ketujuh,Jilid 1''*. Jakarta:Erlangga.
- Kementerian Agama RI.2012. *Al-Qur'an dan Terjemahan*, Bandung: Wali Oasis Terrace Resident.
- Lee, Taehee. 2014. *Int. Journal of Math. The Representation of Energy Equation by Laplace Transform*. Vol. 8, no. 22.
- Marwan dan Said Munzir. 2011. *Persamaan Diferensial*, Yogyakarta:Graha Ilmu.
- Murray, Spiegel R. 1983. *Matematika Lanjut untuk Para Insinyur dan Ilmuwan*, Jakarta:Erlangga.
- Ratnasari. 2015. *Fungsi Green yang dikonstruksi pada Persamaan Diferensial Linier Tak Homogen Orde-n* . Jurnal Program Studi Matematika FST-UINAM.
- Shihab, M.Quraish. 2002. *Tafsir Al-Mishbah*. Jakarta : Lentera Hati.
- Susilo,Anto. 2012.*Simulasi Gerak Harmonik Sederhana dan Osilasi Teredam pada Cassy-E 524000*. Indonesian Journal of Applied Physics. Vol. 2 No. 2.
- Urzula,Ferde. 2012. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics.Modelling and Analysis of A Twin-Tube Hydraulic Shock Absorber*. Vol 2.
- Wicaksono, Julius Sigit. 2007. *Pemodelan Matematika pada Sistem Pembangkit Listrik Tenaga Air*, Yogyakarta:FST Universitas Sanata Dharma



LAMPIRAN

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

A. Persamaan populasi dinamika merokok tanpa interaksi P dan S

```
clc;clear all;format short;

%solusi persamaan diferensial populasi dinamika merokok

simtime=input('masukkan waktu (t)=');

acc=input('masukkan nilai akurasi =');
initx=[68 29 3]';
[t,x]=ode45(@TI,simtime,initx,acc)
figure (1);
plot(t,x(:,1));
title('Grafik laju populasi Potensial perokok tanpa
interaksi P dan S terhadap t')
xlabel('t (tahun)');
ylabel('P (t)');
figure (2);
plot(t,x(:,2));
title('Grafik laju populasi Perokok tanpa interaksi P dan S
terhadap t')
xlabel('t (tahun)');
ylabel('S(t)');
figure (3);
plot(t,x(:,3));
title('Grafik laju populasi Perokok yang berhenti merokok
tanpa interaksi P dan S terhadap t')
xlabel('t (tahun)');
ylabel('Q(t)');

function fv=DM(t,x)

fv=zeros(3,1);

fv(1)=2-(0+0.02)*x(1);
fv(2)=0*x(1)+(3)*x(3)-(0.3+0.02)*x(2);
fv(3)= 0.3*x(2)-(3+0.02)*x(3);

t =

1
10
20
30
40
```


50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190
200
210
220
230
240
250
260
270
280
290
300
310
320
330
340
350
360
370
380
390
400

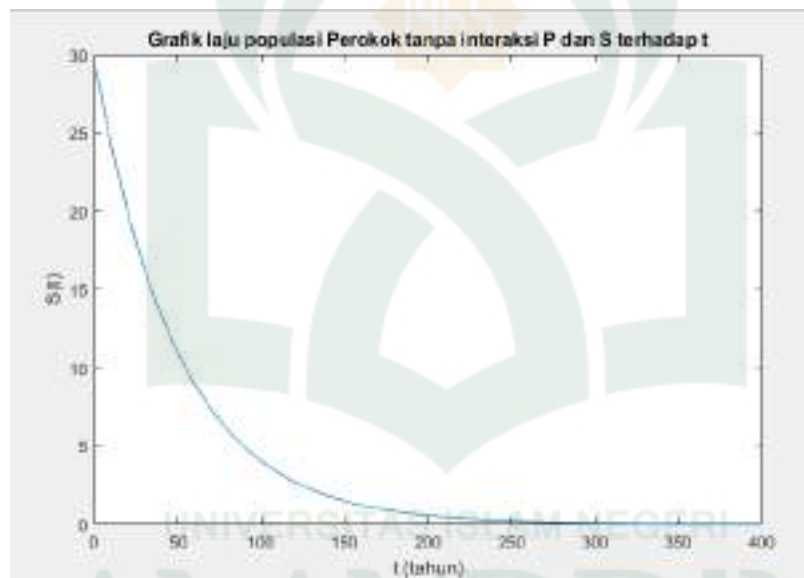
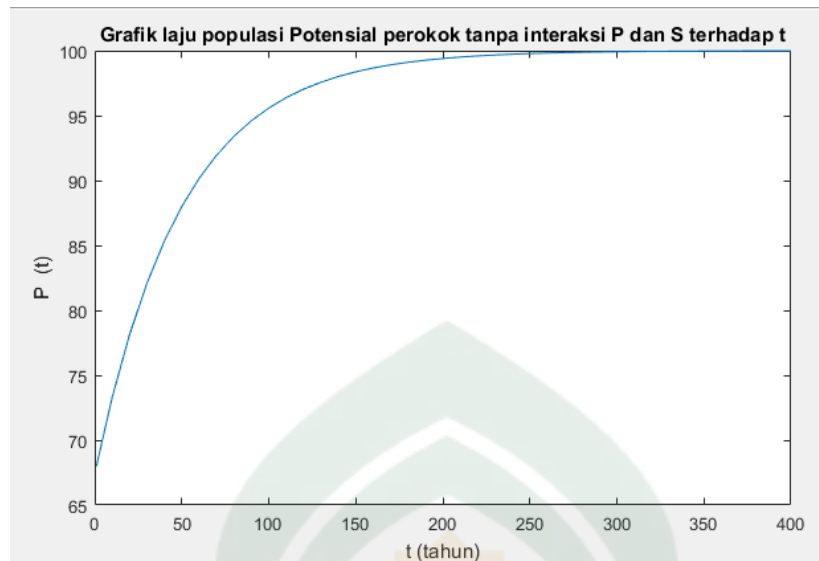


x =

68.0000	29.0000	3.0000
73.2714	24.2990	2.4296
78.1164	19.8941	1.9895
82.0833	16.2883	1.6284
85.3310	13.3354	1.3336
87.9900	10.9180	1.0920

90.1671	8.9390	0.8939
91.9495	7.3185	0.7320
93.4088	5.9919	0.5993
94.6036	4.9057	0.4908
95.5818	4.0164	0.4018
96.3827	3.2884	0.3289
97.0384	2.6922	0.2694
97.5752	2.2043	0.2205
98.0148	1.8048	0.1805
98.3746	1.4776	0.1478
98.6693	1.2098	0.1210
98.9105	0.9905	0.0990
99.1080	0.8109	0.0811
99.2697	0.6639	0.0664
99.4021	0.5436	0.0544
99.5104	0.4450	0.0445
99.5992	0.3644	0.0364
99.6718	0.2983	0.0298
99.7313	0.2442	0.0244
99.7800	0.2000	0.0200
99.8199	0.1637	0.0164
99.8525	0.1340	0.0134
99.8793	0.1097	0.0110
99.9012	0.0899	0.0090
99.9191	0.0736	0.0074
99.9337	0.0602	0.0060
99.9458	0.0493	0.0049
99.9556	0.0404	0.0040
99.9636	0.0331	0.0033
99.9702	0.0271	0.0027
99.9756	0.0222	0.0022
99.9800	0.0181	0.0018
99.9837	0.0149	0.0015
99.9866	0.0122	0.0012
99.9890	0.0100	0.0010







B. Persamaan populasi dinamika merokok dengan interaksi P dan S

```
clc;clear all;format short;

%solusi persamaan diferensial populasi dinamika merokok

simtime=input('masukkan waktu (t)=');

acc=input('masukkan nilai akurasi =');
initx=[68 29 3]';
[t,x]=ode45(@DI,simtime,initx,acc)
figure (1);
plot(t,x(:,1));
title('Grafik laju populasi Potensial Perokok dengan
interaksi P dan S terhadap t')
xlabel('t (tahun)');
ylabel('P (t)');
figure (2);
plot(t,x(:,2));
title('Grafik laju populasi Perokok dengan interaksi P dan S
terhadap t')
xlabel('t (tahun)');
ylabel('S(t)');
figure (3);
plot(t,x(:,3));
title('Grafik laju populasi Perokok yang berhenti merokok
dengan interaksi P dan S terhadap t')
xlabel('t (tahun)');
ylabel('Q(t)');
```

```

function fv=DM(t,x)

fv=zeros(3,1);

fv(1)=2-(0.128+0.02)*x(1);

fv(2)=0.128*x(1)+(3)*x(3)-(0.3+0.02)*x(2);

fv(3)=0.3*x(2)-(3+0.02)*x(3);

```

t =

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI

ALAUDDIN

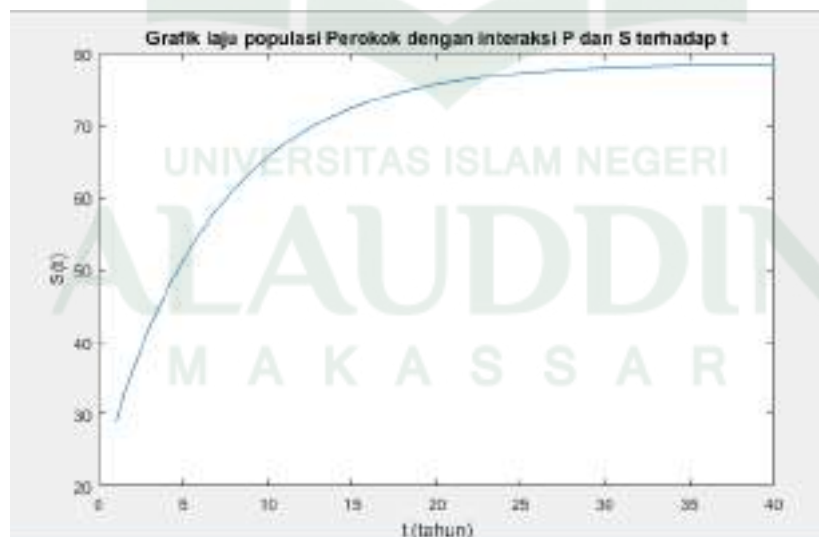
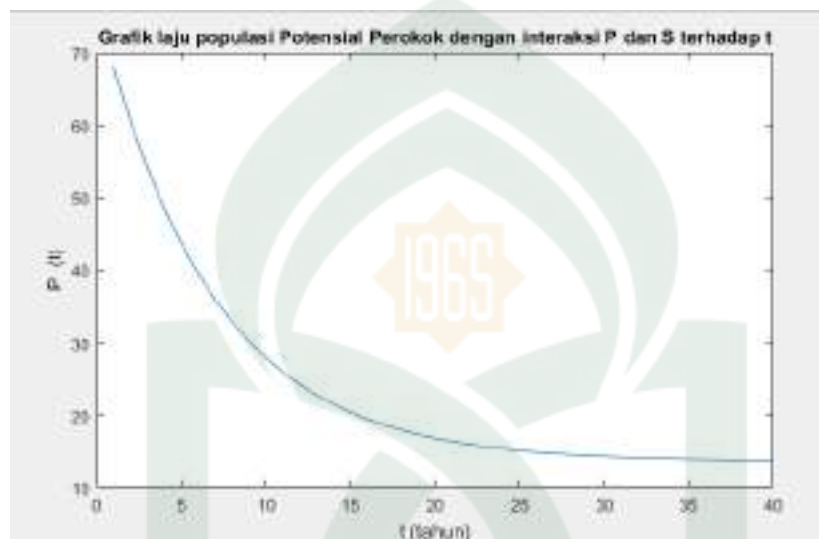
MAKASSAR

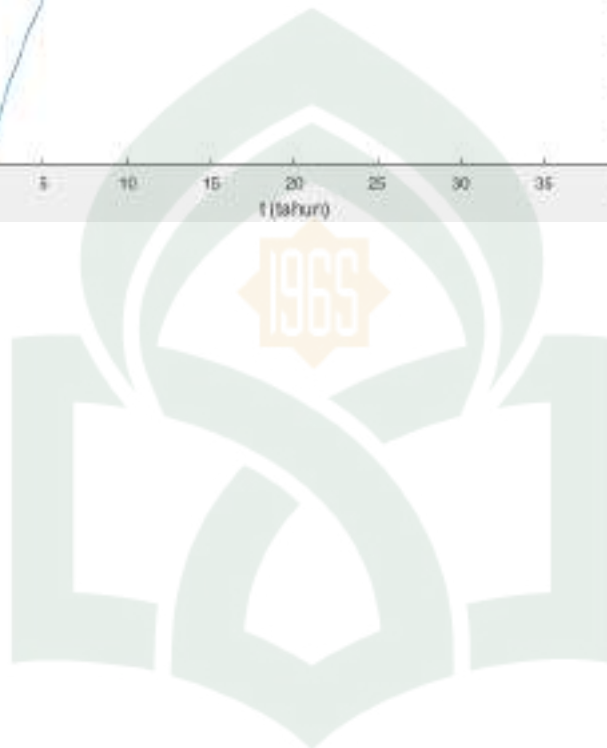
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40

x =

68.0000	29.0000	3.0000
60.5044	36.1127	3.3829
54.0399	41.9777	3.9824
48.4647	47.0262	4.5090
43.6565	51.3827	4.9608
39.5098	55.1328	5.3574
35.9335	58.3720	5.6945
32.8492	61.1657	5.9851
30.1892	63.5764	6.2344
27.8952	65.6473	6.4575
25.9167	67.4412	6.6421
24.2104	68.9874	6.8022
22.7388	70.3219	6.9392
21.4697	71.4652	7.0651
20.3752	72.4585	7.1663
19.4312	73.3146	7.2541
18.6171	74.0535	7.3294
17.9150	74.6845	7.4005
17.3095	75.2275	7.4630
16.7873	75.7054	7.5073
16.3369	76.1157	7.5474
15.9485	76.4690	7.5825
15.6135	76.7721	7.6143
15.3246	77.0251	7.6503
15.0755	77.2521	7.6724
14.8606	77.4516	7.6878
14.6753	77.6209	7.7038
14.5155	77.7676	7.7169
14.3776	77.8867	7.7357
14.2588	77.9884	7.7529
14.1562	78.0875	7.7562
14.0678	78.1702	7.7620

13.9916	78.2411	7.7674
13.9258	78.3004	7.7738
13.8691	78.3420	7.7890
13.8202	78.3883	7.7916
13.7780	78.4318	7.7902
13.7416	78.4663	7.7921
13.7102	78.4988	7.7910
13.6832	78.5097	7.8072





UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

RIWAYAT HIDUP



Aswan, dilahirkan pada tanggal 1 mei 1992 di kabupaten Luwu Utara, provinsi Sulawesi Selatan. Penulis adalah anak ke lima dari lima bersaudara, anak dari pasangan Muhajar dan Halima.

Penulis mengawali pendidikan di SDN 506 Dara desa Tamboke, kecamatan Sukamaju, kabupaten Luwu Utara pada tahun 1998 dan tamat pada tahun 2004. Selanjutnya, pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan ke SMPN 1 Sukamaju, kecamatan Sukamaju, kabupaten Luwu Utara dan tamat pada tahun 2007. Kemudian pada tahun itu juga penulis melanjutkan pendidikan ke SMKN 1 Bone-bone kabupaten Luwu Utara. Pada tahun 2008 penulis pindah ke SMKN 1 Masamba kabupaten Luwu Utara dan tamat pada tahun 2010. Pada tahun 2011 penulis lulus dan menjadi mahasiswa aktif pada jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar.

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif di lembaga Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) Matematika Fakultas Sains dan Teknologi dan juga Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar.